

Remarque préliminaire :

L'énoncé semble considérer que « positif » est à interpréter comme « strictement positif ». C'est une convention peu habituelle, mais nous la respectons pour la cohérence du sujet et du corrigé.

Dans cet exercice, il s'agit de trouver deux nombres entiers positifs A et B satisfaisant trois contraintes :

- 111 est un multiple du nombre entier positif A ;
- A - B est un nombre entier positif ou nul divisible par 10 ;
- B est le cube d'un nombre entier.

Deux de ces contraintes portent sur un des deux nombres A et B et la troisième sur une relation entre les deux nombres A et B.

La première contrainte porte sur A qui doit être un diviseur de 111.

La décomposition en produit de nombres premiers de 111 est : $111 = 3 \times 37$.

Les diviseurs de 111, donc les valeurs possibles pour A, sont : 1 ; 3 ; 37 ; 111.

La troisième contrainte concerne B. La liste des nombres satisfaisant cette contrainte est :

$1^3 = 1$; $2^3 = 8$; $3^3 = 27$; $4^3 = 64$; $5^3 = 125$; $6^3 = 216$; etc.

La deuxième contrainte a les conséquences suivantes :

A - B est un nombre positif ou nul, donc A est supérieur ou égal à B.

Comme A est un diviseur de 111, A est inférieur ou égal à 111, donc B est le cube d'un nombre entier, et est inférieur à 111.

Ceci permet de restreindre les valeurs possibles pour B : 1 ; 8 ; 27 ; 64.

A - B est divisible par 10. Donc $A - B = 10 \times k$, où k est un entier positif ou nul.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs possibles de la différence « A - B », correspondant aux valeurs de A données en colonnes et à celles de B données en ligne.

A \ B	1	3	37	111
1	0	2	36	110
8	-	-	29	103
27	-	-	10	84
64	-	-	-	47

Il fait apparaître trois nombres multiples de dix : 0, 10 et 110, donc les seules réponses possibles au problème sont : **A = 1 et B = 1** ; **A = 37 et B = 27** ; **A = 111 et B = 1**.

Le tableau a été construit de manière à satisfaire la contrainte sur A en première ligne, sur B en première colonne et sur A - B en sélectionnant les seules cases multiples de 10. Donc ces trois couples sont bien les seules solutions du problème.