

Exercice 2

Au 1^{er} janvier 2025, une réserve d'eau naturelle contient 3 000 m³ d'eau.

Une étude indique que la réserve perd chaque année 10 % du volume d'eau qu'elle avait en début d'année.

On modélise l'évolution du volume d'eau de cette réserve par une suite (u_n) , où u_n désigne la quantité d'eau, exprimée en mètres cubes, contenue dans la réserve au 1^{er} janvier de l'année 2025 + n .

On a donc $u_0 = 3\,000$.

1. Montrer que $u_1 = 2\,700$.
2. Pour tout entier naturel n , exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
3. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.
4. Dans la feuille de calcul suivante on a calculé les premiers termes de la suite (u_n) . Le format des cellules de la ligne 2 permet d'afficher les nombres arrondis à l'unité.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	n	0	1	2	3	4	5	6	7
2	u_n	3 000	2 700	2 430	2 187	1 968	1 771	1 594	1 435

Quelle formule a été saisie en cellule C2 afin d'obtenir, par glisser-coller vers la droite, les premiers termes de la suite (u_n) ?

5. Pour assurer la sécurité de la lutte contre les incendies on estime que la réserve doit contenir au moins 2 000 m³.

D'après le tableau précédent, à partir de quelle année la quantité d'eau dans la réserve deviendra insuffisante ?