

Exercice 1

Une entreprise peut produire entre 0 et 40 tonnes de compote par mois.

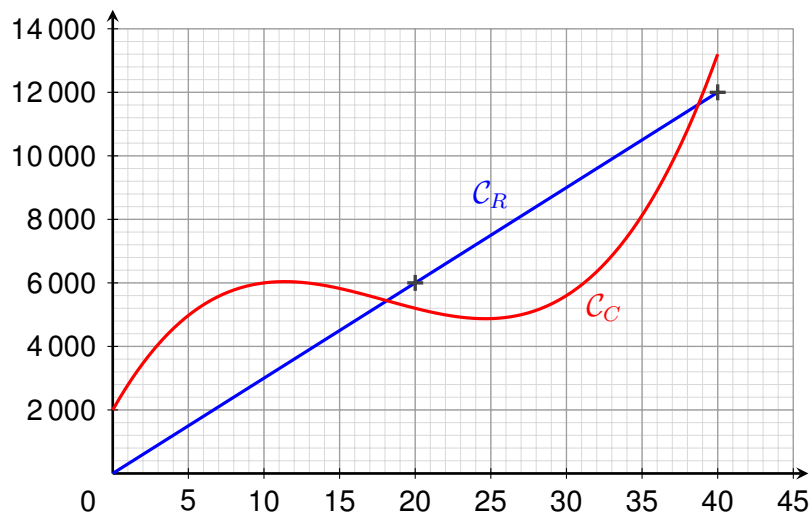
Le coût de production de x tonnes de compote, exprimé en euros, est donné par la fonction C définie sur $[0 ; 40]$.

La recette réalisée pour x tonnes de compote vendues, exprimée en euros, est donnée par la fonction R définie sur $[0 ; 40]$.

Dans cet exercice on s'intéresse à la différence entre la recette et le coût de production. Lorsque cette différence est positive on l'appelle le bénéfice.

Partie A – Étude graphique

Les représentations graphiques $\mathcal{C}_C$ et $\mathcal{C}_R$ des fonctions C et R sont données ci-dessous.



Vous répondrez aux trois questions suivantes en vous appuyant uniquement sur ce graphique.

1. Déterminer l'expression $R(x)$ de la recette réalisée pour x tonnes de compote vendues.
2. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ? On donnera des valeurs approchées à l'entier près.
3. Avec la précision permise par le graphique, évaluer le bénéfice maximal réalisé par l'entreprise.

Partie B – Étude du résultat

On admet que le résultat réalisé pour x tonnes de compote fabriquées et vendues, exprimé en euro, est donné par la fonction B définie sur l'intervalle $[0 ; 40]$ par :

$$B(x) = -x^3 + 54x^2 - 540x - 2\,000$$

On donne les valeurs suivantes :

$$B(0) = -2\,000; \quad B(6) = -3\,512; \quad B(30) = 3\,400; \quad B(40) = -1\,200$$

1. On note B' la fonction dérivée de la fonction B .

Calculer $B'(x)$ et montrer que $B'(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$B'(x) = (-3x + 18)(x - 30)$$

2. Étudier le signe de B' sur l'intervalle $[0 ; 40]$ et en déduire les variations de la fonction B sur ce même intervalle.
3. Pour quelle quantité de compote le bénéfice réalisé par l'entreprise est-il maximal ?