

Exercice 1

En 2025, une étude démographique indique qu'il y a eu 60 000 naissances et 40 000 décès dans une population donnée. Les spécialistes modélisent que le nombre de naissances diminuera de 2 % chaque année, tandis que le nombre de décès augmentera de 900 par an.

Soit n un entier naturel. On note :

- u_n le nombre de naissances prévues l'année $2025 + n$;
- v_n le nombre de décès prévus l'année $2025 + n$.

On a donc $u_0 = 60\,000$ et $v_0 = 40\,000$.

- Déterminer le nombre de naissances prévues l'année 2026.
 - Déterminer le nombre de décès prévus l'année 2026.
- Justifier que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,98 u_n$.
 - La suite (u_n) est-elle arithmétique ou géométrique ? Préciser sa raison.
 - Pour tout entier naturel n , exprimer u_n en fonction de n .
- Justifier que la suite (v_n) est arithmétique. Préciser sa raison.
 - Pour tout entier naturel n , exprimer v_n en fonction de n .
- La feuille de calcul ci-dessous donne les valeurs successives de u_n et de v_n (les valeurs sont évidemment arrondies à l'unité).

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	0	60 000	40 000
3	1	58 800	40 900
⋮	⋮	⋮	⋮
11	9	50 025	48 100
12	10	49 024	49 000
13	11	48 044	49 900
14	12	47 083	50 800
15	13	46 141	51 700

- Quelle formule doit-on saisir dans la cellule C3 de sorte que, recopiée vers le bas, elle permette d'afficher les valeurs de la suite (v_n) ?
 - Justifier, par un calcul, pourquoi 49 000 est affiché dans la cellule C12.
- On appelle solde naturel annuel la différence entre le nombre de naissances et le nombre de décès de l'année. Ainsi le solde naturel en 2025 est 20 000.
À l'aide de la feuille de calcul ci-dessus, déterminer à partir de quelle année le solde naturel de cette population devient négatif.