

Exercice 2

On injecte à un patient un médicament. Après l'injection, on mesure la concentration de ce médicament dans le sang, en grammes par litre (g/L), pendant 13 heures.

Cette concentration est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 13]$ par :

$$f(t) = (t^2 + t + 1)e^{-t} \quad \text{où } t \text{ représente le nombre d'heures écoulées depuis l'injection.}$$

1. Déterminer $f(0)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. (a) Justifier que pour tout réel t dans $[0; 13]$, on a : $f'(t) = t(-t + 1)e^{-t}$.
 (b) Étudier le signe de $t(-t + 1)$ sur $[0; 13]$.
 (c) En déduire le tableau de variations de f sur $[0; 13]$.
Il n'est pas demandé de calculer les images.
3. On estime que le médicament n'est plus actif lorsque sa concentration est strictement inférieure à 0,1 g/L. Il convient alors de faire une nouvelle injection du médicament. En utilisant le tableau de valeurs approchées ci-dessous, déterminer le nombre d'heures maximal t_0 (t_0 est un entier naturel) pendant lequel le médicament reste actif.

t	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$f(t)$	0,647	0,385	0,209	0,107	0,052	0,025	0,011	0,005	0,002	0,001	0