

Exercice 3

Les activités d'une association sont financées grâce à des donateurs.

On réalise une estimation du nombre de donateurs de la manière suivante.

Chaque année,

- 80 % des donateurs de l'année précédente renouvellent leur don;
- 300 nouveaux donateurs effectuent un don.

En 2025, l'association comptait 1 000 donateurs.

Pour tout entier naturel n , on modélise par u_n le nombre de donateurs pour l'année $2025 + n$.

Ainsi, on a $u_0 = 1000$.

Partie A

- (a) Déterminer le nombre de donateurs prévu en 2026.
(b) Justifier que pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 0,8u_n + 300$.
- On donne $u_5 \approx 1\,336$. Que représente cette valeur dans le contexte de l'exercice ?
- On considère la suite d'instructions Python ci-dessous :

```
u=1000
i=0
while u<=1400:
    u=0.8*u + 300
    i=i+1
```

À la fin de l'exécution de ce script, la variable i contient la valeur 8.
Comment peut-on l'interpréter dans le cadre de l'exercice ?

Partie B

On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 1\,500$.

- Démontrer que (v_n) est une suite géométrique.
Préciser sa raison et son premier terme.
- (a) Exprimer v_n en fonction de n .
(b) En déduire, pour tout entier naturel n , que : $u_n = 1\,500 - 500 \times 0,8^n$.

Aide au calcul :

$$\frac{1200}{0,8} = 1\,500$$

$$0,8 \times 1\,500 = 1\,200$$