

## Exercice 1

Un lac qui alimente une région en électricité voit son niveau d'eau baisser depuis le début des années 2000.

En 2020, le niveau du lac était d'environ 1,100 mètres au-dessus du niveau de la mer.

En dessous de 1,020 mètres, le niveau du lac est insuffisant pour permettre la production d'énergie hydroélectrique.

### Partie A – Étude d'un modèle discret

Dans cette partie, on estime que le niveau du lac, mesuré au-dessus du niveau de la mer, baisse de 1 % tous les ans.

On définit la suite  $(u_n)$  telle que  $u_n$  représente le niveau du lac en mètres  $n$  années après 2020, c'est-à-dire en  $2020 + n$ .

On a alors  $u_0 = 1,100$ .

#### Aide aux calculs :

$$1,100 \times 0,99 = 1,089$$

$$1,100 \times 0,01 = 11$$

$$1,100 \times 0,9 = 990$$

1. Calculer  $u_1$  et interpréter ce résultat.
2. (a) Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .  
 (b) En déduire la nature de la suite  $(u_n)$ .  
 On précisera sa raison.  
 (c) Pour tout entier naturel  $n$ , en déduire une expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. Écrire le calcul qui permet d'estimer le niveau du lac en 2028.  
 On ne demande pas d'effectuer ce calcul.
4. Recopier et compléter le programme écrit en langage Python ci-dessous afin qu'il affiche le nombre d'années après 2020 à partir duquel le niveau du lac sera insuffisant pour produire de l'énergie hydroélectrique.

```

u = 1100
n = 0
while
.....
:
    n = n + 1
    u =
.....
print(n)

```

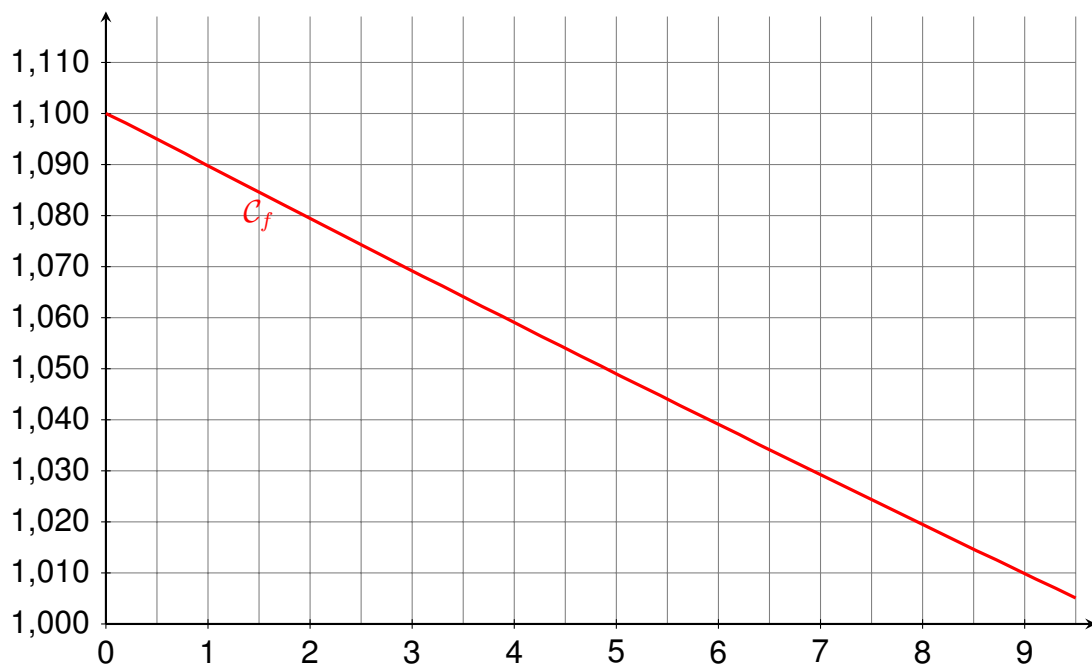
### Partie B – Étude d'un modèle continu

Dans cette partie, l'évolution du niveau du lac est modélisée par une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; +\infty[$  par :

$$f(t) = 1,050 e^{-0,01t} + 50$$

où  $f(t)$  est le niveau du lac en mètres et  $t$  le temps écoulé en années, depuis 2020.

1. Le modèle proposé est-il cohérent avec le niveau du lac en 2020 ?  
Justifier votre réponse.
2. Montrer que, pour tout réel  $t$  de l'intervalle  $[0; +\infty[$ ,  $f'(t) = -10,5 e^{-0,01t}$ .
3. En déduire le sens de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; +\infty[$ .  
Justifier.
4. On donne ci-dessous  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthogonal.



Lire, avec la précision permise par le graphique, l'année à partir de laquelle le niveau du lac sera insuffisant pour produire de l'énergie hydroélectrique.