

Exercice 2

Partie A

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}x + 1\right) e^{-x}.$$

On note $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on désigne par f' sa fonction dérivée.

1. Démontrer que, pour tout réel x ,

$$f'(x) = \left(-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right) e^{-x}.$$

2. Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

3. L'affirmation « Pour tout réel x , $f(x) \leq 2$ » est-elle vraie ou fausse ?

Justifier.

4. Déterminer l'équation réduite de la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 0.

AIDE AUX CALCULS

$$e^1 \approx 2.7$$

$$e^{-1} \approx 0.4$$

$$e^2 \approx 7.4$$

Partie B

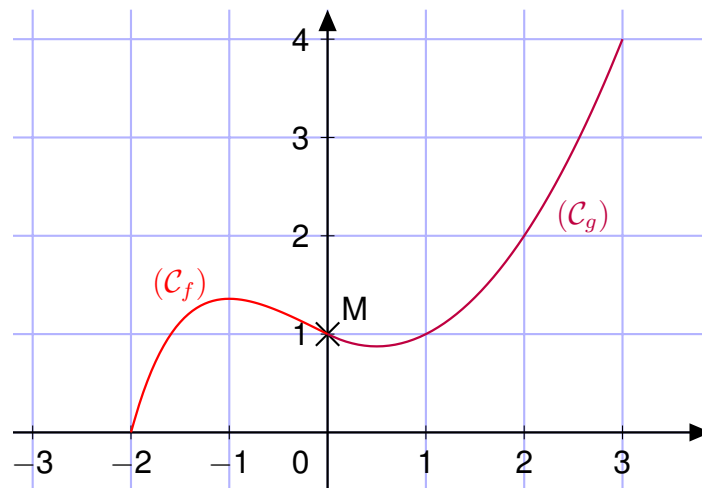
Soit g la fonction polynôme du second degré définie par

$$g(x) = 0.5x^2 + bx + c$$

où b et c sont deux réels.

On crée la courbe représentée ci-dessous, constituée des deux éléments suivants :

- Une partie de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ représentative de la fonction f définie dans la partie A sur l'intervalle $[-2; 0]$.
- Une partie de la courbe $(\mathcal{C}_g)$ représentative de la fonction g sur l'intervalle $[0; 3]$.



Le but de cette partie est de déterminer les valeurs des réels b et c .

1. Le point M $(0; 1)$ appartient aux deux courbes (C_f) et (C_g) .

Démontrer que $c = 1$.

2. Au point M $(0; 1)$ les courbes (C_f) et (C_g) admettent la même tangente.

Déterminer la valeur de b .