

Exercice 1

Durant une fête foraine, une urne contient dix boules. Chaque boule est soit verte, soit rouge, indiscernable au toucher.

Un jeu est proposé aux personnes présentes à la fête foraine. Pour y participer le joueur doit d'abord payer 1 euro.

Ensuite,

- le joueur tire une première boule qu'il donne au forain, celui-ci note sa couleur puis remet la boule dans l'urne;
- le joueur tire une deuxième boule, le forain note la couleur de ce deuxième tirage et remet à nouveau la boule dans l'urne.

Voici les récompenses qu'il obtient :

- si le joueur a tiré deux boules rouges, il reçoit 3 euros ;
- si le joueur a tiré deux boules vertes, il reçoit 1 euro ;
- sinon il ne reçoit pas d'argent.

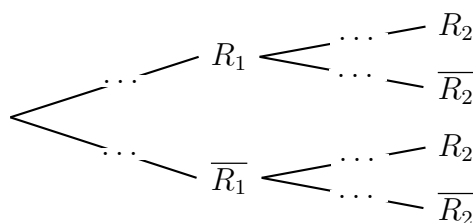
Partie A

Dans cette partie, on considère que cette urne contient 1 boule rouge et 9 boules vertes.

On note :

- R_1 l'événement : « La première boule tirée est rouge. »
- R_2 l'événement : « La deuxième boule tirée est rouge. »

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous représentant la situation.



2. On note X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur, c'est-à-dire la différence entre la somme reçue après les deux tirages et les frais de participation au jeu de 1 euro.

(a) Donner les valeurs prises par la variable aléatoire X .

(b) Montrer que $P(X = -1) = \frac{18}{100}$.

(c) Recopier sur votre feuille et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X :

k			
$P(X = k)$			

(d) Calculer l'espérance de X . Interpréter le résultat.

Partie B

Dans cette partie, on considère que cette urne contient maintenant n boules rouges et $10 - n$ boules vertes où n est un nombre entier naturel avec $0 \leq n \leq 10$.

On note Y la variable aléatoire donnant le gain algébrique après les deux tirages.

1. Démontrer que $E(Y) = \frac{4n^2 - 20n}{100}$.

On expliquera la démarche mise en œuvre. Toute démarche, même incomplète, sera prise en compte dans la notation.

2. Pour combien de boules rouges dans l'urne le jeu est-il équitable entre le joueur et le forain?