

Victor sort un plat du four. La température du plat est alors égale à 180°C. Il place ce plat dans une pièce dont la température est égale à 25°C. Le plat refroidit. Le plat ne pourra être servi que lorsque sa température sera devenue inférieure ou égale à 40°C. On étudie le refroidissement du plat selon deux modèles mathématiques.

Partie A : Premier modèle.

On suppose que la baisse de la température du plat est *proportionnelle* à la durée du refroidissement, c'est-à-dire au nombre de minutes écoulées depuis la sortie du four.

On constate que 3 minutes après la sortie du four, la température du plat est égale à 105°C.

1. De combien de degrés le plat a-t-il baissé en 3 minutes ? En 1 minute ?
2. Vérifier que la température du plat, 5 minutes après la sortie du four, est égale à 55°C.
3. Selon ce modèle, quelle serait la température du plat, 8 minutes après la sortie du four ? Ce premier modèle semble-t-il pertinent ?

Partie B : Second modèle.

On dispose toujours des données suivantes :

- la température de la pièce est égale à 25°C
- la température du plat à la sortie du four est égale à 180°C
- la température du plat, 3 minutes après la sortie du four, est égale à 105°C

Pour tout entier naturel n on note U_n , la différence entre la température du plat et la température de la pièce, n minutes après la sortie du four.

Exemple : 3 minutes après la sortie du four, l'écart avec la température de la pièce est égal à $105 - 25 = 80$. On a donc $U_3 = 80$.

1. Justifier que $U_0 = 155$.
2. On suppose que chaque minute la différence U_n diminue de 20%.
 - (a) Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $U_{n+1} = 0,8U_n$.
 - (b) En déduire la nature de la suite (U_n) et donner sa raison.
 - (c) Exprimer U_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .
 - (d) On dispose des données suivantes :

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
U_n	80	64	51,2	41	32,8	26,2	21	16,8	13,4	10,7	8,6	6,9	5,5

U_n arrondi à 10^{-1}

Au bout de combien de minutes, Victor pourra-t-il servir le plat ?