En 2020, une ville comptait 10 000 habitants.
On modélise l'évolution du nombre d'habitants de cette ville par la suite (u_n) définie ainsi :

$$\begin{cases} u_{n+1} = 1,08u_n - 300, \quad n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 10\,000\ ; \end{cases}$$

où u_n représente le nombre d'habitants pour l'année $2020 + n$.

1. Indiquer ce que représente u_1 et calculer sa valeur.
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 3\,750$.
   (a) Déterminer v_0.
   (b) Démontrer que pour tout entier naturel n, on a $v_{n+1} = 1,08v_n$.
   (c) En déduire la nature de la suite (v_n).
   (d) Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
   (e) En déduire que pour tout entier naturel n, on a $u_n = 6\,250 \times 1,08^n + 3\,750$.
3. Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille automatisée de calcul, a été obtenu par recopie vers le bas après avoir saisi la formule suivante dans la cellule B2 :

   = 6250*1,08^A2 + 3750

   La municipalité envisage d'ouvrir une nouvelle école maternelle dès que la population atteindra 19 000 habitants.

   La construction d'un tel établissement nécessitant deux ans, déterminer l'année à partir de laquelle la construction de l'école doit commencer.

   Aide au calcul :
   $10\,000 - 3\,750 = 6\,250$;
   $1,08 \times 4\,050 = 4\,374$;
   $\dfrac{4\,050}{1,08} = 3\,750$;
   $3\,750 \times 1,08 = 4\,050$;

	A	B
1	n	u_n
2	0	10 000
3	1	10 500
4	2	11 040
5	3	11 623,2
6	4	12 253,056
7	5	12 933,30048
8	6	13 667,96452
9	7	14 461,40168
10	8	15 318,31381
11	9	16 243,77892
12	10	17 243,28123
13	11	18 322,74373
14	12	19 488,56323
15	13	20 747,64829
16	14	22 107,46015
17	15	23 576,05696
18	16	25 162,14152
19	17	26 875,11284
20	18	28 725,12187
21	19	30 723,13162