On se place dans un repère $(O;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$ orthogonal.

1. On considère la fonction g définie pour tout réel x par $g(x) = x^2 - 5x + 4$.
   On note P la courbe représentative de la fonction g.
   (a) Étudier le signe de la fonction g sur $\mathbb{R}$.
   (b) On considère un entier naturel n quelconque.
   On note A_n le point de la courbe P d'abscisse n.
   On note a_n le coefficient directeur de la droite (A_nA_{n+1}).
   Justifier que pour tout entier naturel n, on a $a_n = 2n - 4$.
   (c) Quelle est la nature de la suite (a_n) ?

2. On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[0,5\ ;\ 8]$ par

$$f(x) = x - 5 + \frac{4}{x}.$$

   On note C la courbe représentative de la fonction f.
   (a) Vérifier que pour tout réel x de l'intervalle $[0,5\ ;\ 8]$, on a $f(x) = \dfrac{g(x)}{x}$.
   (b) À l'aide de la question **1.a**, déterminer la position de la courbe C par rapport à l'axe des abscisses.
   (c) On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0,5\ ;\ 8]$.
   Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0,5\ ;\ 8]$, on a :

$$f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2}.$$

   (d) En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0,5\ ;\ 8]$.
   (e) Réaliser un schéma de l'allure de la courbe C sur lequel apparaîtront les résultats des questions **2.b** et **2.d**.