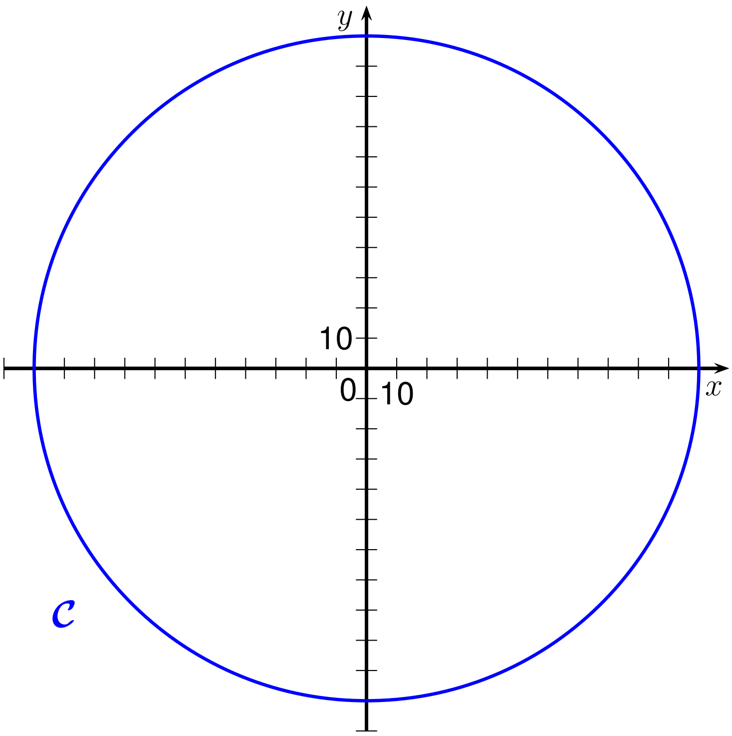
1.



a.

$$\begin{aligned} & M(x\,;\,y) \in \mathcal{C} \\ \iff & OM^2 = 110 \\ \iff & (x-0)^2 + (y-0)^2 = 110^2 \\ \iff & x^2 + y^2 = 12100. \end{aligned}$$

b. On a $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-30\\15\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OD}\begin{pmatrix}80\\-40\end{pmatrix}$.

Comme :

$$\det(\overrightarrow{OA}\,;\,\overrightarrow{OD}) = (-30)(-40) - 15 \times 80 = 1200 - 1200 = 0,$$

les vecteurs sont colinéaires donc les points O, A et D sont alignés.

2.

a. Avec $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}20\\-25\end{pmatrix}$, on a :

$$\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AO} = 20 \times 30 + (-25) \times (-15) = 600 - 750 = -150.$$

b. L'équation réduite de la droite (AD) est $y = -\frac{1}{2}x$.

Soit H le projeté orthogonal de G sur la droite (AD). Quel que soit le point $M(x\,;\,y)$ de la droite (AD), le triangle GHM est rectangle en H et on a $GH < GM$ (l'hypoténuse est le côté le plus grand) : le point H est donc le point de (AD) le plus proche de G.

Avec $H(x\,;\,-\frac{1}{2}x)$, on a :

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{\mathrm{GH}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OA}} = 0\\
\iff &(x+10)\times(-30) + \left(-\frac{1}{2}x + 10\right)\times 15 = 0\\
\iff &-30x - 300 - 7{,}5x + 150 = 0\\
\iff &-150 = 37{,}5x\\
\iff &x = -\frac{150}{37{,}5} = -4.
\end{aligned}$$

Le point de (AD) le plus proche de G est donc $H(-4\,;\,2)$: ce n'est pas O.