Partie A

On considère la fonction polynôme du second degré P définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$P(x) = x^2 - 7x + 6.$$

1. La somme des racines est égale à 7 et leur produit à 6 : il est à peu près évident que ces racines sont 1 et 6.
Sinon, on peut calculer :

$$\Delta = 7^2 - 4 \times 6 = 49 - 24 = 25 = 5^2 > 0.$$

Les racines sont donc :

$$x_1 = \frac{7+5}{2} = 6 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{7-5}{2} = 1.$$

2. On sait que le trinôme est positif (signe du coefficient 1) sauf entre les racines 1 et 6.

x	$-\infty$		1		6		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Partie B

$f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x$.

1. La fonction polynôme est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sur cet ensemble :

$$f'(x) = 3 \times 2x^2 - 2 \times 21x + 36 = 6x^2 - 42x + 36 = 6(x^2 - 7x + 6) = 6P(x).$$

2. Comme 6 est positif, le signe de $f'(x)$ est celui de $P(x)$ et on a vu que ce polynôme est positif sauf sur lintervalle $]1;6[$.
$f(1) = 2 - 21 + 36 = 17$
$f(6) = 2 \times 216 - 21 \times 36 + 36 \times 6 = 432 - 756 + 216 = 648 - 756 = -108$.

x	$-\infty$		1		6		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	17	$\searrow$	-108	$\nearrow$	

3. On sait quune équation de la tangente T est : $y = f(3) + f'(3)(x - 3)$.
Avec $f(3) = 2 \times 3^3 - 21 \times 3^2 + 36 \times 3 = 54 - 189 + 108 = -27$ et

$$f'(3) = 6 \times 3^2 - 42 \times 3 + 36 = 54 - 126 + 36 = -36,$$

léquation devient :

$$y - (-27) = -36(x - 3) \quad \text{ou} \quad y = -36x + 108 - 27 \quad \text{et finalement} \quad y = -36x + 81.$$