1.

a.

$$\begin{aligned} & M(x;y) \in C \cap d \\ \iff & f(x) = 2x+3 \\ \iff & 2x+3 = 2x^3+2x^2-2x+3 \\ \iff & 2x^3+2x^2-4x = 0 \\ \iff & 2x(x^2+x-2) = 0. \end{aligned}$$

b.

On résout léquation précédente :

$$2x(x^2+x-2)=0 \iff \begin{cases} x=0 \\ x^2+x-2=0 \end{cases} .$$

La première solution est $x=0$, doù $y=2\times 0+3=3$.
Pour léquation du second degré :

$$x^2+x-2=0$$

$$\Delta = 1^2-4\times(-2)=1+8=9=3^2>0.$$

Il y a donc deux solutions :

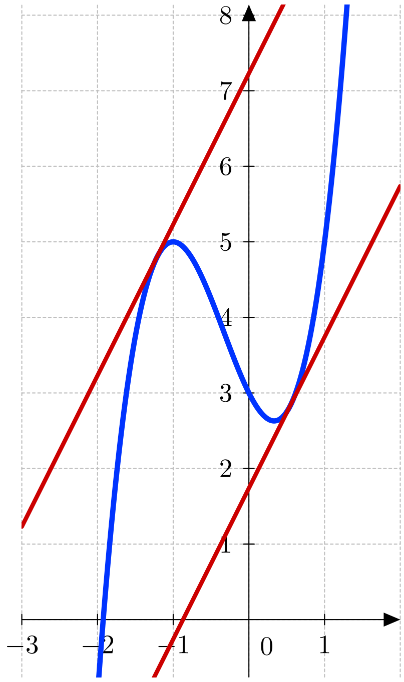
$$x=\frac{-1+3}{2}=1 \quad et \quad x=\frac{-1-3}{2}=-2,$$

doù les ordonnées respectives

$$f(1)=2\times 1+3=5 \quad et \quad f(-2)=-4+3=-1.$$

Les points communs à d et à C ont pour coordonnées : $(0;3)$, $(1;5)$, $(-2;-1)$.

2.



On voit quil existe deux valeurs de a (ordonnée à lorigine des droites tangentes à la courbe), $a \approx 1,9$ et $a \approx 7,1$.

Remarque : il faut trouver des points dabscisse x tels que le nombre dérivé est égal à 2, soit résoudre léquation :

$$6x^2+4x-2=2 \iff 6x^2+4x-4=0 \iff 3x^2+2x-2=0.$$

On a :

$$\Delta = 4-4\times 3\times(-2) = 4+24 = 28 > 0.$$

Il y a deux solutions :

$$x = \frac{-2+\sqrt{28}}{6} \approx 0,549 \quad et \quad x = \frac{-2-\sqrt{28}}{6} \approx -1,215.$$

Les droites sont tracées en rouge.

3.

a.

Le polynôme $f(x)$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sur cet intervalle :

$$f'(x) = 6x^2+4x-2 = 2(3x^2+2x-1).$$

Or pour le trinôme $3x^2+2x-1$, $\Delta = 4+12 = 16 = 4^2 > 0$. Le trinôme a deux racines :

$$x_1 = \frac{-2+4}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad et \quad x_2 = \frac{-2-4}{6} = \frac{-6}{6} = -1.$$

On sait qualors $3x^2+2x-1=3(x+1)(x-\dfrac{1}{3})$. Donc

$$f'(x)=6(x+1)(x-\frac{1}{3}).$$

b.

On sait que $f'(x)$ est positive sauf sur lintervalle $\left]-1;\dfrac{1}{3}\right[$, donc la fonction est croissante sauf sur lintervalle $\left]-1;\dfrac{1}{3}\right[$ où elle est décroissante.