$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 8}{x - 2}.$$

1. Sur l'intervalle $]-\infty\,;\,2[$, $f(x) = 0 \iff x^2 - 4x + 8 = 0$.

$$\Delta = 16 - 4 \times 8 = 16 - 32 = -16 < 0.$$

L'équation n'a pas de solutions réelles dans $]-\infty\,;\,2[$.

2.

a. Le dénominateur étant non nul, puisque $x < 2$, la fonction quotient est dérivable et :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(2x-4)(x-2) - (x^2 - 4x + 8)}{(x-2)^2} \\ &= \frac{2x^2 - 4x - 4x + 8 - x^2 + 4x - 8}{(x-2)^2} \\ &= \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2}. \end{aligned}$$

b. Le dénominateur étant positif, le signe de $f'(x)$ est celui de $x^2 - 4x = x(x-4)$.
Ce trinôme a pour racines 0 et 4 et on sait que ce trinôme est positif, sauf sur $]0\,;\,4[$.
Dans notre cas $f'(x)$ est positif sur $]-\infty\,;\,0[$ et négatif sur $]0\,;\,2[$.
La fonction f est donc croissante sur $]-\infty\,;\,0[$ et décroissante sur $]0\,;\,2[$.

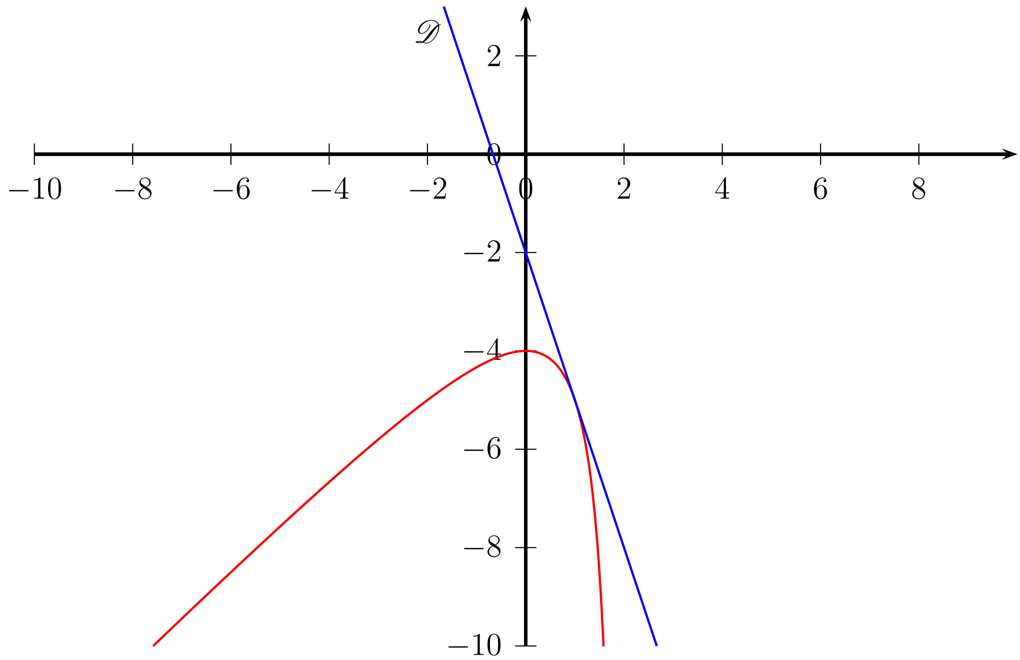
3. On sait qu'une équation de $\mathcal{D}$ est :

$$y - f(1) = f'(1)(x - 1).$$

Avec $f(1) = \dfrac{1 - 4 + 8}{1 - 2} = -5$ et $f'(1) = \dfrac{1 - 4}{(-1)^2} = -3$, l'équation devient :

$$\begin{aligned} y + 5 &= -3(x - 1) \\ y &= -3x + 3 - 5 \\ y &= -3x - 2. \end{aligned}$$

4.


$\mathscr{D}$
2
0
−10
−8
−6
−4
−2
0
2
4
6
8
−2
−4
−6
−8
−10