

Un jeu vidéo fait évoluer un personnage sur un parcours semé d'obstacles.

Au début du parcours, ce personnage est doté de 1,000 pions noirs dans son sac et il n'a pas de pion blanc.

Le nombre de pions noirs diminue au cours du jeu.

Le personnage gagne 10 pions blancs par minute jouée.

Chaque partie est chronométrée et dure 45 minutes. Au bout des 45 minutes, la partie s'arrête et le joueur a gagné si le nombre de pions blancs gagnés est supérieur ou égal au nombre de pions noirs du sac.

1. Étude de l'évolution du nombre de pions blancs

On note u_n le nombre de pions blancs obtenus au bout de n minutes de jeu.

Ainsi $u_0 = 0$.

Déterminer la nature de la suite (u_n) et en déduire, pour tout entier n , l'expression de u_n en fonction de n .

2. Étude de l'évolution du nombre de pions noirs

Lucas estime qu'au cours d'une partie, le nombre de ses pions noirs diminue de 2 % par minute. Il voudrait savoir si cette évolution est suffisante pour gagner, ou si l'il doit poursuivre son entraînement.

On note v_n le nombre de pions noirs restant à la n -ième minute.

Ainsi $v_0 = 1,000$.

(a) Justifier que $v_1 = 980$.

(b) Déterminer la nature de la suite (v_n) et en déduire, pour tout entier n , l'expression de v_n en fonction de n .

3. On a calculé les premiers termes des suites (u_n) et (v_n) à l'aide d'un tableur. La feuille de calcul est donnée ci-dessous. Les termes de la suite (v_n) ont été arrondis à l'unité. Lucas peut-il gagner la partie ?

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	0	0	1,000
3	1	10	980
4	2	20	960
5	3	30	941
6	4	40	922
7	5	50	904
8	6	60	886
9	7	70	868
10	8	80	851
.....			
.....			
.....			
41	39	390	455
42	40	400	446
43	41	410	437
44	42	420	428
45	43	430	419
46	44	440	411
47	45	450	403
48	46	460	395
49	47	470	387
50	48	480	379
51	49	490	372
52	50	500	364