

Partie A : Lecture graphique

1. La tangente en A est horizontale donc $f'(0) = 0$.

La tangente en B , qui est la droite (BC) , a pour coefficient directeur :

$$f'(2) = \frac{6 - 2}{1 - 0} = 4.$$

Partie B : Calcul algébrique

$$f(x) = e^x(2x + 2).$$

2. En tant que produit de fonctions dérivables sur \mathbb{R} , f est dérivable sur \mathbb{R} et :

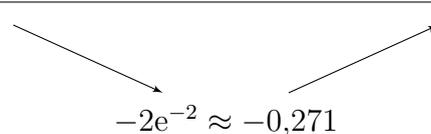
$$f'(x) = e^x(2x + 2) + 2e^x = e^x(2x + 2 + 2) = e^x(2x + 4).$$

3. On sait que, quel que soit le réel x , $e^x > 0$, donc le signe de $f'(x)$ est celui de $2x + 4$.

$$2x + 4 > 0 \iff x > -2$$

Donc f est décroissante sur $]-\infty; -2[$, puis croissante sur $]-2; +\infty[$, avec un minimum en :

$$f(-2) = e^{-2}(2 \times (-2) + 2) = -2e^{-2} \approx -0,271.$$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
e^x	+		+
$2x + 4$	-	0	+
Signe de $f'(x)$	-	0	+
f	 $-2e^{-2} \approx -0,271$		

4. On sait que l'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 0 est :

$$y - f(0) = f'(0)(x - 0).$$

Avec $f(0) = 1 \times 2 = 2$ et $f'(0) = 1 \times (0 + 4) = 4$, l'équation devient :

$$y - 2 = 4x \quad \text{ou} \quad y = 4x + 2.$$

5. La tangente en A est parallèle à l'axe des abscisses. A a pour abscisse -2 , donc :

$$f'(-2) = e^{-2} \times (2 \times (-2) + 4) = e^{-2} \times 0 = 0,$$

la tangente en A est parallèle à l'axe des abscisses.

L'équation de la tangente étant $y = 4x + 2$, on a bien pour $x = 1$ (abscisse de C) :

$$y = 4 \times 1 + 2 = 6 \text{ (ordonnée de } C\text{).}$$

La tangente en B contient bien le point C .