Exercice 3 (5 points)

1. En exécutant le script Python ci-dessous, on obtient la liste [0, 1, 1, 1, 1, 1, 0].

Le médicament est efficace de la première à la cinquième heure.

2. On admet que la fonction f est dérivable sur lintervalle $[0;6]$, calculer sa fonction dérivée.

La fonction polynôme f est dérivable sur $\mathbb{R}$, donc sur $[0;6]$:

$$f'(x) = 3x^2 - 24x + 36 = 3(x^2 - 8x + 12)$$

3. Justifier que la tangente T à la courbe représentative de la fonction f au point A dabscisse 4 admet pour équation réduite $y = -12x + 64$.

On a $f(4) = 16$ et $f'(4) = -12$.
Une équation de la tangente au point de coordonnées $(4, 16)$ est donc :

$$y - 16 = -12(x - 4) \quad \text{ou} \quad y = 16 - 12x + 48 \quad \text{et finalement} \quad y = -12x + 64$$

4. Démontrer que $f(x) - (-12x + 64) = (x - 4)^3$.

On a :

$$f(x) - (-12x + 64) = x^3 - 12x^2 + 36x - (-12x + 64) = x^3 - 12x^2 + 36x + 12x - 64$$

Or

$$(x-4)^3 = (x-4)^2(x-4) = (x^2+16-8x)(x-4) = x^3-4x^2+16x-64-8x^2+32x = x^3-12x^2+48x-64$$

Donc

$$f(x) - (-12x + 64) = (x - 4)^3$$

5. En déduire la position relative de la courbe représentative de la fonction f par rapport à la tangente T au point A.

Comme $(x-4)^3 = (x-4)^2(x-4)$ et que $(x-4)^2 > 0$ quel que soit le réel x, le signe de $(x-4)^3$ est celui de $(x-4)$. Donc

- Sur $[0;4[$, $x - 4 < 0$, donc $f(x) - (-12x + 64) < 0$ ce qui signifie géométriquement que la courbe est en dessous de sa tangente ;
- Sur $]4;6[$, $x - 4 > 0$, donc $f(x) - (-12x + 64) > 0$ ce qui signifie géométriquement que la courbe est au-dessus de sa tangente ;
- Pour $x = 4$, la courbe et sa tangente ont la même ordonnée.

🚀 Retrouve des milliers d'exercices corrigés sur galilee.ac

COOP MATHS CC BY SA
MathALÉA