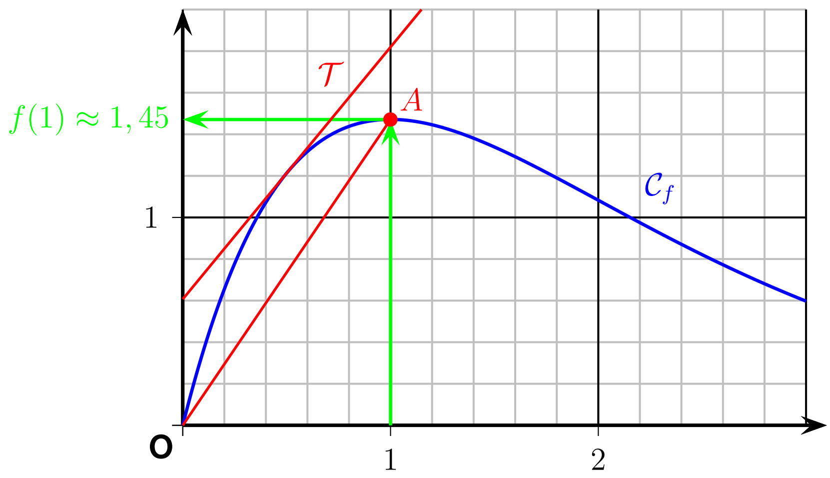
Exercice Première Spécialité - 2020 - Ex 3 : Dérivation et Exponentielle

Dérivation Exponentielle

1.



On lit un maximum approximatif $f(1) \approx 1{,}45$.

2.

Pour tout réel x de $\mathbb{R}$, donc en particulier de l'intervalle $[0\,;\,3]$:

$$f'(x) = 4\mathrm{e}^{-x} - 4x\mathrm{e}^{-x} = \mathrm{e}^{-x}(4-4x) = 4\mathrm{e}^{-x}(1-x).$$

3.

On sait que pour tout réel x, $\mathrm{e}^{-x} > 0$, donc le signe de $f'(x)$ est celui de $1-x$.
Donc $f'(x) > 0$ si et seulement si $0 < x < 1$ et $f'(x) < 0$ si et seulement si $1 < x < 3$.
Tableau de signes : voir question 4.

4.

D'après la question précédente, on en déduit que :

- f est croissante sur $[0\,;\,1]$, de $f(0) = 0$ à $f(1) = \dfrac{4}{\mathrm{e}} \approx 1{,}471$,
- f est décroissante $[1\,;\,3]$, de $f(1) = \dfrac{4}{\mathrm{e}}$ à $f(3) = \dfrac{12}{\mathrm{e}^3} \approx 0{,}597$.

x	0		1		3
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\dfrac{4}{\mathrm{e}} \approx 1{,}471$	$\searrow$	$\dfrac{12}{\mathrm{e}^3} \approx 0{,}597$

5.

La droite (OA) a pour coefficient directeur $\dfrac{\frac{4}{\mathrm{e}}}{1} = \dfrac{4}{\mathrm{e}} \approx 1{,}471$.

On sait que la droite $\mathcal{T}$, tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0,5, a un coefficient directeur égal à $f'(0,5)$:

$$f'(0,5) = 4(1-0,5)\mathrm{e}^{-0{,}5} = 2\mathrm{e}^{-0{,}5} \approx 1{,}213.$$

La droite (OA) est plus ń pentue ż que la tangente $\mathcal{T}$.