1.

On sait que : et , donc :

$$\begin{cases} A(-1\,;\,3) \in (AB) \\ B(5\,;\,0) \in (AB) \end{cases} \iff \begin{cases} 3 = -a + b \\ 0 = 5a + b \end{cases} \Rightarrow -3 = 6a \iff a = -\frac{1}{2},$$

puis $b = a + 3 = -\frac{1}{2} + 3 = \frac{5}{2}$.

On a donc :

$$M(x\,;\,y) \in (AB) \iff y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}.$$

2.

$$\begin{aligned} & M(x\,;\,y) \in \mathcal{D} \\ \iff & \overrightarrow{CM} \cdot \vec{n} = 0 \\ \iff & -(x-9) + 3(y-3) = 0 \\ \iff & -x + 3y = 0. \end{aligned}$$

3.

$\mathcal{D}$ a pour vecteur directeur $\vec{d}\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et (AB) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Or, $\det\left(\vec{d}, \overrightarrow{AB}\right) = 9 + 6 = 15 \neq 0$: les droites $\mathcal{D}$ et (AB) ne sont pas parallèles.

4.

$$\vec{d} \cdot \overrightarrow{AB} = -3 \times 6 + (-1) \times (-3) = -18 + 3 = -15 \neq 0,$$

ces vecteurs ne sont pas orthogonaux, donc les droites $\mathcal{D}$ et (AB) ne sont pas perpendiculaires.

5.

On a :

$$AC^2 = (9 - (-1))^2 + (3 - 3)^2 = 10^2,$$

donc $AC = 10$.

D'après le théorème d'Al-Kashi :

$$\begin{aligned} AC^2 &= AE^2 + EC^2 - 2 \times AE \times EC \times \cos\widehat{AEC} \\ 100 &= \left(2\sqrt{5}\right)^2 + \left(2\sqrt{10}\right)^2 - 2 \times 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{10} \times \cos\widehat{AEC} \\ 100 &= 20 + 40 - 8\sqrt{50}\cos\widehat{AEC} \\ 8\sqrt{50}\cos\widehat{AEC} &= -40, \end{aligned}$$

d'où l'on exprime :

$$\begin{aligned}\cos \widehat{AEC} &= -\frac{5}{\sqrt{50}}\\ &= -\frac{5}{\sqrt{5^2 \times 2}}\\ &= -\frac{5}{5\sqrt{2}}\\ &= -\frac{5}{5\sqrt{2}}\\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}}\\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2}.\end{aligned}$$

On en déduit que $\widehat{AEC} = \dfrac{3\pi}{4}$.