1.

On a

$$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}, \quad donc \quad \overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{DC} = 6-6=0.$$

Les vecteurs sont orthogonaux, donc les droites (OM) et (DC) sont perpendiculaires (autrement dit : dans le triangle CDM, (MH) est la hauteur issue de M.

2.

On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}3\\-5\end{pmatrix}$, d'où $\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CM} = -6+15=9$.

3.

On sait que

$$\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CH} = CD\times CH.$$

Or dans le triangle OCD rectangle en O:
$CD^2 = OD^2+OC^2 = 2^2+3^2 = 4+9=13,$
d'où $CD=\sqrt{13}$.
On a donc

$$\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CM} = 9 = CD\times CH = \sqrt{13}\times CH.$$

Donc $CH = \dfrac{9}{\sqrt{13}} \approx 2,496$.