

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 63$ . On appelle  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Déterminer  $f'(x)$ .
2. Étudier le signe de  $f'(x)$  sur  $\mathbb{R}$ .
3. Établir le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
4. Justifier que la tangente à la courbe  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse  $-1$  est la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = -64$ .
5. Déterminer en quels points de la courbe  $\mathcal{C}$  la tangente à la courbe est parallèle à la droite d'équation  $y = 3x - 100$ .