

Question 1

Pour l'équation $2x^2 - 9x + 4 = 0$, on a :

$$\Delta = 81 - 32 = 49 = 7^2 > 0.$$

L'équation a donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{9+7}{4} = 4 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{9-7}{4} = \frac{1}{2}.$$

On sait que le trinôme est du signe de $a = 2$, donc positif sauf entre les racines.

L'inéquation $2x^2 - 9x + 4 \geq 0$ a donc pour ensemble de solutions :

$$S = \left] -\infty; \frac{1}{2} \right] \cup [4; +\infty[.$$

Question 2

Écriture canonique :

$$-x^2 + 4x = -(x^2 - 4x) = -[(x-2)^2 - 4] = -(x-2)^2 + 4.$$

On voit que pour $x = 2$, la fonction a pour maximum 4.

Question 3

Soit Δ la droite ; alors :

$$M(x; y) \in \Delta \iff \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0 \iff 2(x-0) - 5(y-(-7)) = 0 \iff 2x - 5y - 35 = 0.$$

Question 4

On peut écrire :

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y = 12 \iff (x-2)^2 - 4 + (y+3)^2 - 9 = 12 \iff (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25.$$

On reconnaît l'équation du cercle de centre $(2; -3)$ et de rayon 5.

Question 5

Si $x = -1$, alors $y = 1$: $C(-1; 1) \in d$.

Si $x = -4$, alors $y = 3$, $D(-4; 3) \in d$.

Donc $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d .

Or $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -12 + 12 = 0$: les vecteurs sont orthogonaux, donc la droite d est perpendiculaire à la droite (AB) .