Dans la figure ci-dessous, on a tracé C_f la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ ainsi que les tangentes à C_f aux points d'abscisses respectives -2, -1 et 0.

1. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

x	-2	-1	0
$f(x)$	1	1	1
$f'(x)$	2	-1	2

2. a. Calculer $f'(x)$, pour tout réel x.

On a sur $\mathbb{R}$, $f'(x) = 3x^2 + 6x + 2$.

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f'(x) = 0$.

$f'(x) = 0 \iff 3x^2 + 6x + 2 = 0$,
on a $\Delta = 36 - 24 = 12 = (2\sqrt{3})^2 > 0$.
L'équation a donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-6 + 2\sqrt{3}}{6} = \frac{-3 + \sqrt{3}}{3} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-6 - 2\sqrt{3}}{6} = \frac{-3 - \sqrt{3}}{3}$$

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

On sait que $f'(x) > 0$, sauf sur l'intervalle $\left]\frac{-3-\sqrt{3}}{3} ; \frac{-3+\sqrt{3}}{3}\right[$ où $f'(x) < 0$.

Donc f est croissante sauf sur l'intervalle $\left]\frac{-3+\sqrt{3}}{3} ; \frac{-3+\sqrt{3}}{3}\right[$ où elle est décroissante.

x	$-\infty$		$\frac{-3-\sqrt{3}}{3}$		$\frac{-3+\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	$1 + \frac{2\sqrt{3}}{9}$	$\searrow$	$1 - \frac{2\sqrt{3}}{9}$	$\nearrow$	

4. Le point $S(-4; -3)$ appartient-il à la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $x = -2$?

Équation de la tangente au point $(-2; f(-2))$.

On a $f(-2) = (-2)^3 + 3 \times (-2)^2 + 2 \times (-2) + 1 = -8 + 12 - 4 + 1 = 1$.
$f'(-2) = 3 \times (-2)^2 + 6 \times (-2) + 2 = 2$.
La tangente (T) en S a pour équation :

$$\begin{aligned}
& M(x;y) \in (T) \\
\iff & y - f(-2) = f'(-2)(x - (-2)) \\
\iff & y - 1 = 2(x + 2) \\
\iff & y = 2x + 4 + 1 \\
\iff & y = 2x + 5
\end{aligned}$$

Donc $S(-4;-3) \in (T) \iff -3 = 2 \times (-4) + 5 \iff -3 = -8 + 5$ qui est vraie.