# Exercice 4 (5 points)

## 1. Calculer le nombre $u_1$ de visionnages une semaine après le début de la diffusion.

Augmenter de 2%, revient à multiplier par $1 + 0,02 = 1,02$.

$$u_1 = u_0 \times 1,02 = 120000 \times 1,02 = 122400$$

## 2. Justifier que pour tout entier naturel $n$, $u_n = 120000 \times 1,02^n$.

La suite $(u_n)$ est donc une suite géométrique de premier terme $120000$ et de raison $1,02$. On sait qualors pour tout naturel $n$, $u_n = 120000 \times 1,02^n$.

## 3. À partir de combien de semaines le nombre de visionnages hebdomadaire sera-t-il supérieur à 150 000 ?

Il faut résoudre dans $\mathbb{N}$, linéquation :

$$120000 \times 1,02^n > 150000 \quad \text{donc} \quad 1,02^n > \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1,25$$

La calculatrice donne $u_{11} \approx 1,24$ et $u_{12} \approx 1,26824$. Il y aura plus de 150 000 visionnages la 12ème semaine.

## 4. Voici un algorithme écrit en langage Python :

Lalgorithme affichera 60. Cela signifie que la 60ème semaine il y aura plus de 400 000 visionnages.

## 5. On pose pour tout entier naturel $n$ : $S_n = u_0 + \ldots + u_n$. Montrer que lon a : $S_n = 6000000 \times (1,02^{n+1} - 1)$. En déduire le nombre total de visionnages au bout de 52 semaines (arrondir à lunité).

$$S_n = u_0 + \ldots + u_n = 120000 + 120000 \times 1,02 + 120000 \times 1,02^2 + \ldots + 120000 \times 1,02^n$$
$$1,02S_n = 120000 \times 1,02 + 120000 \times 1,02^2 + \ldots + 120000 \times 1,02^{n+1}$$

Doù par différence :

$$0,02S_n = 120000 \times (1,02^{n+1} - 1)$$

et par conséquent en multipliant par $50$ (inverse de $0,02$) :

$$S_n = 50 \times 120000(1,02^{n+1} - 1) = 6000000(1,02^{n+1} - 1)$$

En particulier :

$$S_{52} = 50 \times 120000(1,02^{53} - 1) = 6000000(1,02^{53} - 1) \approx 11138008,4$$

Soit environ $11138008$ visionnages à lunité près