$f(x) = 3x\mathrm{e}^{-0,4x}$.

1.

Comme quel que soit le réel x, $\mathrm{e}^{-0,4x} > 0$, le signe de $f'(x)$ est celui de $-1,2x + 3$.

$$\begin{aligned} & -1,2x + 3 > 0 \\ \iff & 3 > 1,2x \\ \iff & x < 2,5. \end{aligned}$$

Sur $[0\,;\,2,5[$, $f'(x) > 0$, sur $]2,5\,;\,+\inf[$, $f'(x) < 0$ et $f'(2,5) = 0$.

2.

La fonction est donc croissante sur l'intervalle $]0\,;\,2,5[$ et décroissante sur $]2,5\,;\,+\infty[$.

$$f(2,5) = 3 \times 2,5 \times \mathrm{e}^{-0,4\times 2,5} = 7,5\mathrm{e}^{-1} \approx 6,79.$$

x	0		$2,5$		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$7,5\mathrm{e}^{-1} \approx 6,79$	↘	

3.

a. On a au temps 0, jour de l'ingestion dans l'organisme du sportif, la quantité de produit dopant égale à : $3 \times 0\mathrm{e}^{0} = 0$.

b. De la question 2. on déduit que la quantité maximale du produit dans l'organisme est détectable au bout de 2 h 30 min.

c. On a : $C(6) = 3 \times 6\mathrm{e}^{-0,4\times 6} = 18\mathrm{e}^{-2,4} \approx 1,633$.
Comme $1,633 > 1,4$, le sportif sera détecté positif.