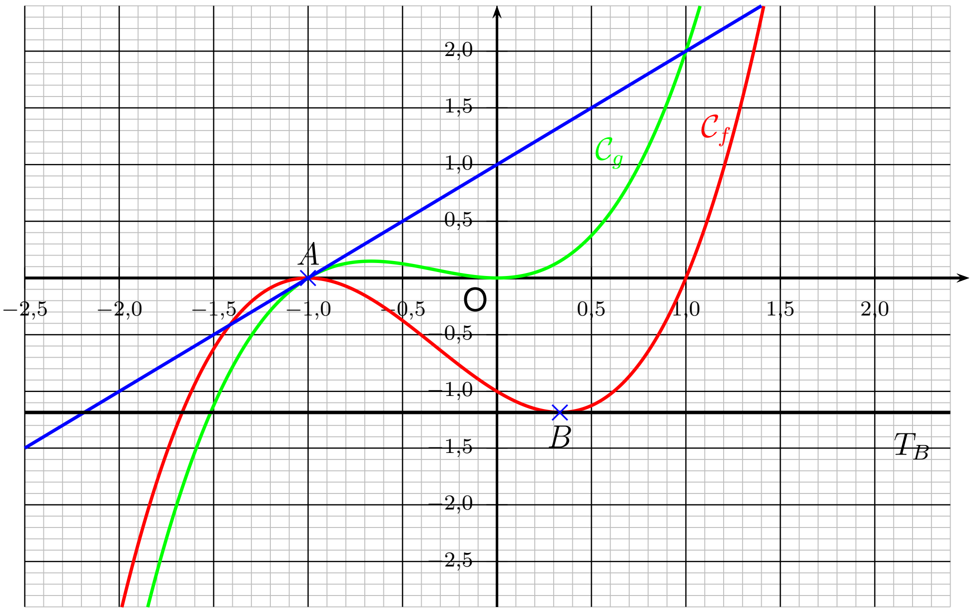

1. On lit sur la figure $f(-1) = 0$ et $f(1) = 0$.
La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$. On note f' la dérivée de f.
2. La fonction polynôme f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sur cet intervalle :

$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 1.$$

3. On sait que $f'(x)$ s'annule pour $x = -1$ et pour $x = \frac{1}{3}$.
Comme $f'(x) = 3(x - \alpha)(x - \beta)$, avec a coefficient de x^2, α et β racines du trinôme, on a :

$$f'(x) = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x - (-1)) = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 1).$$

On sait que ce trinôme est du signe de $a = 3$, donc positif sauf dans l'intervalle $\left]-1\,;\,\frac{1}{3}\right[$.

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$	

La fonction f est donc croissante sauf sur l'intervalle $\left]-1\,;\,\frac{1}{3}\right[$, où elle est décroissante (ce que conforte la figure donnée).
4. Des variations précédentes, on constate que :

- $f(x) < 0$ sur $]-\infty\,;\,1[$

- $f(x) > 0$ sur $]1\,;\,+\infty[$.

La fonction d définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$d(x) = g(x) - (x+1) = x^3 + x^2 - x - 1 = f(x)$$

donne la différence pour deux points d'abscisse x entre leurs images par g et par $x \mapsto x+1$.
Or les variations précédentes de f montrent que :

- $f(x) < 0$ sur $]-\infty\,;\,1[$; autrement dit $x^3 + x^2 < x + 1$, soit la courbe C_g est en-dessous de la droite d'équation $y = x + 1$;
- $f(x) > 0$ sur $]1\,;\,+\infty[$; autrement dit $x^3 + x^2 > x + 1$, soit la courbe C_g est au-dessus de la droite d'équation $y = x + 1$.