1. a. Calculer u_1 et u_2.

$$u_1 = 300 \times 1,05 + 15 = 315 + 15 = 330$$

$$u_2 = 330 \times 1,05 + 15 = 346,5 + 15 = 361,5$$

b. Montrer que la suite (u_n) ainsi définie, n'est ni arithmétique ni géométrique.

$u_1 - u_0 = 30$ et $u_2 - u_1 = 31,5$ $\Rightarrow$ la suite n'est pas arithmétique.

$\dfrac{u_1}{u_0} = \dfrac{330}{300} = 1,1$ et $\dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{361,5}{330} \approx 1,095$ $\Rightarrow$ la suite n'est pas géométrique.

2. On considère la suite (v_n), définie pour tout entier naturel n, par : $v_n = u_n + 300$.

a. Calculer v_0, puis montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 1,05$.

$$v_0 = u_0 + 300 = 300 + 300 = 600$$

$$v_{n+1} = u_{n+1} + 300 = 1,05u_n + 15 + 300 = 1,05u_n + 315 = 1,05(u_n + 300) = 1,05v_n$$

b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n, puis montrer que $u_n = 600 \times 1,05^n - 300$.

L'égalité $v_{n+1} = 1,05v_n$ vraie pour tout naturel n, montre que la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 1,05$ de premier terme 600.

On sait qu'alors, quel que soit $n \in \mathbb{N}$, $v_n = 600 \times 1,05^n$.

3. Est-il correct d'affirmer que la surface envahie par les chardons aura doublé au bout de 8 semaines ? Justifier la réponse.

On a $v_8 = 600 \times 1,05^8 \approx 886,473$.

Or $v_8 = u_8 + 300 \iff u_8 = v_8 - 300 \approx 886,473 - 300 \approx 536,5$ soit moins du double de la surface initiale.