

Aujourd’hui les chardons (une plante vivace) ont envahi  $300 \text{ m}^2$  des champs d’une région. Chaque semaine, la surface envahie augmente de 5 % par le développement des racines, auquel s’ajoutent  $15 \text{ m}^2$  suite à la dissémination des graines.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  la surface envahie par les chardons, en  $\text{m}^2$ , après  $n$  semaines; on a donc  $u_0 = 300 \text{ m}^2$ .

1. (a) Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .  
(b) Montrer que la suite  $(u_n)$  ainsi définie, n'est ni arithmétique ni géométrique.

On admet dans la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 1,05u_n + 15$ .

2. On considère la suite  $(v_n)$ , définie pour tout entier naturel  $n$ , par:  $v_n = u_n + 300$ .
  - (a) Calculer  $v_0$ , puis montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique de raison  $q = 1,05$ .
  - (b) Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ , puis montrer que  $u_n = 600 \times 1,05^n - 300$ .
3. Est-il correct d'affirmer que la surface envahie par les chardons aura doublé au bout de 8 semaines ? Justifier la réponse.