1.

On a :

$$AB^2 = (1-(-2))^2 + (2-1)^2 = 9 + 1 = 10.$$

Le carré du rayon est égal à 10.

$$M(x\,;\,y) \in \mathcal{C} \iff AM^2 = 10 \iff (x+2)^2 + (y-1)^2 = 10.$$

2.

Avec $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}$, on a : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE} = 6-6 = 0$.

3.

La question précédente montre que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont orthogonaux, donc les droites (AB) et (AE) sont perpendiculaires.

4.

On a donc :

$$\begin{aligned} & M(x\,;\,y) \in (AE) \\ \iff & \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB} = 0 \\ \iff & 3(x+2) + 1(y-1) = 0 \\ \iff & 3x + y + 5 = 0. \end{aligned}$$

5.

Un point $M(x\,;\,y)$ est commun à la droite (AE) et au cercle $\mathcal{C}$ si ses coordonnées vérifient leurs équations et donc le système :

$$\begin{aligned} & \begin{cases} (x+2)^2 + (y-1)^2 = 10 \\ 3x + y + 5 = 0 \end{cases} \\ \iff & \begin{cases} (x+2)^2 + (-3x-5-1)^2 = 10 \\ y = -3x - 5 \end{cases} \\ \iff & \begin{cases} (x+2)^2 + (-3x-6)^2 = 10 \quad (1) \\ y = -3x - 5 \end{cases} \end{aligned}$$

(1) donne :

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 4 + 9x^2 + 36x + 36 &= 10 \\ 10x^2 + 40x + 30 &= 0 \\ x^2 + 4x + 3 &= 0. \end{aligned}$$

L'équation $x^2 + 4x + 3 = 0$ a une racine évidente : -1 et comme le produit des racines est égal à 3, l'autre racine est -3.

En remplaçant successivement x par -1 puis par -3 dans l'équation $y = -3x - 5$, on obtient deux points communs au cercle et à la droite : les points $(-1\,;\,-2)$ et $(-3\,;\,4)$.