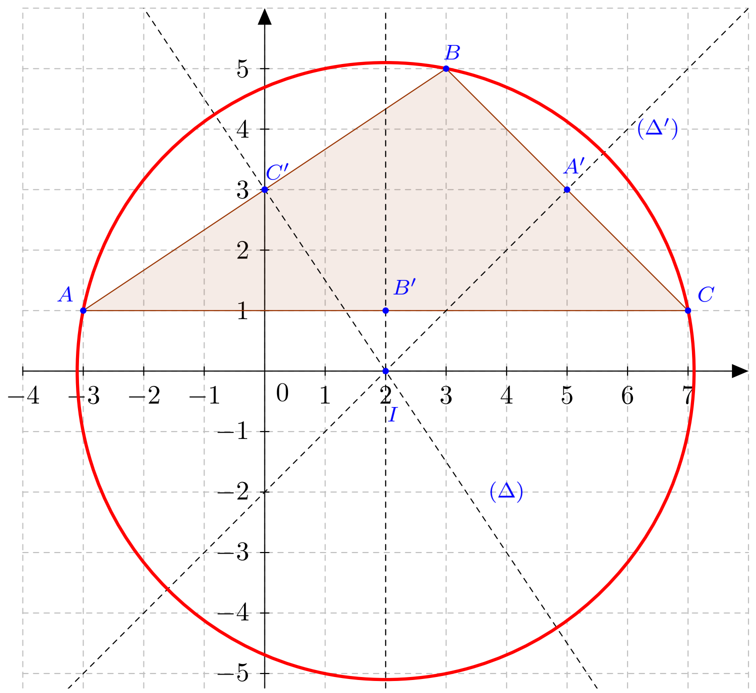
Exercice 4 (5 points)

1. 

2. Soit C' le milieu du segment $[AB]$:
   Ses coordonnées sont la moyenne de celles des extrémités de celles de A et B donc $C'(0;3)$.
   Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $\overrightarrow{AB}(6;4)$.
   Si (Δ) est la médiatrice de $[AB]$, on a :

$$\begin{aligned} &M(x;y) \in \Delta \\ &\iff \overrightarrow{C'M} \cdot \overrightarrow{AB} = 6(x-0)+4(y-3)=0 \\ &\iff 6x+4y-12=0 \\ &\iff 3x+2y-6=0. \end{aligned}$$

3. Ses coordonnées sont la moyenne de celles des extrémités de celles de A et C donc $B'(2;1)$

4. Soit A' le milieu de $[BC]$: $A'(5;3)$ et $\overrightarrow{BC}(4;-4)$.
   Si (Δ') est la médiatrice de $[BC]$, alors

$$\begin{aligned} &M(x;y) \in \Delta' \\ \iff &\overrightarrow{A'M} \cdot \overrightarrow{BC} \\ \iff &4(x-5)-4(y-3)=0 \\ \iff &4x-20-4y+12=0 \\ \iff &4x-4y-8=0 \\ \iff &x-y-2=0. \end{aligned}$$

   Si I est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, on sait que cest le point commun aux trois médiatrices ; donc ses coordonnées vérifient les équations de la médiatrice de $[AB]$ et

de la médiatrice de $[BC]$.
Il faut donc résoudre le système :

$$\begin{cases}3x+2y-6=0\\x-y-2=0\end{cases} \iff \begin{cases}3x+2y-6=0\\x-2=y\end{cases} \iff \begin{cases}3x+2(x-2)-6=0\\x-2=y\end{cases} \iff \begin{cases}3x+2x-4-\\x-2=y\end{cases}$$

Les coordonnées de I sont $(2;0)$.

5. Le rayon est par exemple IA.

$$IA^2=(-3-2)^2+(1-0)^2=25+1=26. \quad Donc \quad IA=\sqrt{26}.$$