Question 1

Puisque $x > 2{,}5$, alors $-2x+5 \neq 0$, donc f est dérivable sur $]2{,}5\,;\,+\infty[$ et on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{3(-2x+5)-(-2)(3x+1)}{(-2x+5)^2} \\ &= \frac{-6x+15+6x+2}{(-2x+5)^2} \\ &= \frac{17}{(-2x+5)^2}. \end{aligned}$$

Question 2

La courbe coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisse 1 et 3. L'expression de $f(x)$ contient donc les facteurs $x-1$ (ou $1-x$) et $x-2$ (ou $2-x$).

D'autre part, on doit avoir $f(2)=2$: seule la réponse **b.** convient.

Question 3

Le nombre dérivé $f'(0)$ est égal au coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 0. En utilisant les points $(0\,;\,2)$ et $(2\,;\,4)$, on trouve que :

$$f'(0) = \frac{4-2}{2-0} = \frac{2}{2} = 1.$$

Question 4

Une équation réduite de la droite (GH) est : $y = ax+b$.

On a :

$$\begin{cases} G \in (GH) \\ H \in (GH) \end{cases} \iff \begin{cases} -2 = a+b \\ 4 = 6a+b \end{cases} \Rightarrow 6 = 5a \iff a = \frac{6}{5}.$$

On en déduit que : $b = -2 - \frac{6}{5} = -\frac{16}{5}$.

Une équation de la droite (GH) est : $y = \frac{6}{5}x - \frac{16}{5}$.

On a :

$$D(-14\,;\,-20) \in (GH) \iff -20 = \frac{6}{5} \times (-14) - \frac{16}{5},$$

qui est vraie.

Question 5

De la relation $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, on en déduit que :

$$\sin^2 x = 1 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$$

Or, sur l'intervalle $\left[\pi\,;\,\dfrac{3\pi}{2}\right]$, on sait que $\sin x < 0$, donc $\sin x = -\dfrac{1}{2}$.