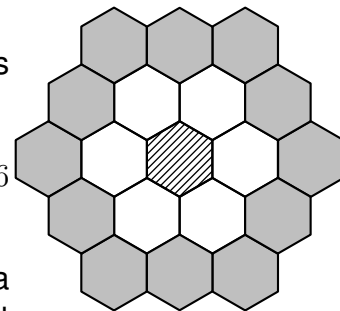


Un artisan commence la pose d'un carrelage dans une grande pièce.

Le carrelage choisi a une forme hexagonale.

L'artisan pose un premier carreau au centre de la pièce puis procède en étapes successives de la façon suivante :

- à l'étape 1, il entoure le carreau central, à l'aide de 6 carreaux et obtient une première forme.
- à l'étape 2 et aux étapes suivantes, il continue ainsi la pose en entourant de carreaux la forme précédemment construite.



On note  $u_n$  le nombre de carreaux ajoutés par l'artisan pour faire la  $n$ -ième étape ( $n \geq 1$ ). Ainsi  $u_1 = 6$  et  $u_2 = 12$ .

1. Quelle est la valeur de  $u_3$  ?
2. On admet que la suite  $(u_n)$  est arithmétique de raison 6. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. Combien l'artisan a-t-il ajouté de carreaux pour faire l'étape 5 ?  
Combien a-t-il alors posé de carreaux au total lorsqu'il termine l'étape 5 (en comptant le carreau central initial) ?
4. On pose  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Montrer que  $S_n = 6(1 + 2 + 3 + \dots + n)$  puis que  $S_n = 3n^2 + 3n$ .
5. Si on compte le premier carreau central, le nombre total de carreaux posés par l'artisan depuis le début, lorsqu'il termine la  $n$ -ième étape, est donc  $3n^2 + 3n + 1$ .  
À la fin de sa semaine, l'artisan termine la pose du carrelage en collant son 2,977e carreau. Combien a-t-il fait d'étapes ?