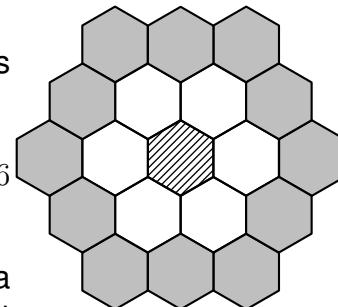


Un artisan commence la pose d'un carrelage dans une grande pièce.

Le carrelage choisi a une forme hexagonale.

L'artisan pose un premier carreau au centre de la pièce puis procède en étapes successives de la façon suivante :

- à l'étape 1, il entoure le carreau central, à l'aide de 6 carreaux et obtient une première forme.
- à l'étape 2 et aux étapes suivantes, il continue ainsi la pose en entourant de carreaux la forme précédemment construite.



On note u_n le nombre de carreaux ajoutés par l'artisan pour faire la n -ième étape ($n \geq 1$). Ainsi $u_1 = 6$ et $u_2 = 12$.

1. Quelle est la valeur de u_3 ?

2. On admet que la suite (u_n) est arithmétique de raison 6. Exprimer u_n en fonction de n .

3. Combien l'artisan a-t-il ajouté de carreaux pour faire l'étape 5 ?

Combien a-t-il alors posé de carreaux au total lorsqu'il termine l'étape 5 (en comptant le carreau central initial) ?

4. On pose $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Montrer que $S_n = 6(1+2+3+\dots+n)$ puis que $S_n = 3n^2 + 3n$.

5. Si on compte le premier carreau central, le nombre total de carreaux posés par l'artisan depuis le début, lorsqu'il termine la n -ième étape, est donc $3n^2 + 3n + 1$.

À la fin de sa semaine, l'artisan termine la pose du carrelage en collant son 2,977e carreau. Combien a-t-il fait d'étapes ?