

Question 1

On sait qu'un vecteur directeur de la droite (d) est $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$, soit ici $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Question 2

Un vecteur directeur de la droite est $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, donc un vecteur normal est par exemple $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ou encore $-2\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Question 3

$\vec{EB} = \vec{BA}$ entraîne en faisant intervenir C : $\vec{EC} + \vec{CB} = \vec{BC} + \vec{CA}$,
d'où : $\vec{AC} = 2\vec{BC} + \vec{CE}$.
De même : $\vec{ED} = 2\vec{BC} + \vec{CE}$ entraîne $\vec{EC} + \vec{CD} = 2\vec{BC}$,
d'où : $\vec{CD} = 2\vec{BC} + \vec{CE}$.
Conclusion : $\vec{AC} = \vec{CD}$,
ce qui démontre que C est le milieu de $[AD]$.

Question 4

\vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux, donc $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$, soit :

$$\begin{aligned} 9(-x + 4) + 7(2x - 5) &= 0 \\ \iff -9x + 36 + 14x - 35 &= 0 \\ \iff 5x + 1 &= 0 \\ \iff x &= -\frac{1}{5}. \end{aligned}$$

Question 5

Avec $\vec{AC} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{BD} \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$, on obtient :

$$\vec{AC} \cdot \vec{BD} = 4 \times (-5) + 1 \times 4 = -20 + 4 = -16.$$