

## Exercice 2 (5 points)

### Partie A

#### 1. Déterminer une forme explicite de la suite $(u_n)$

On sait que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = 25000 \times 0,94^n$ .

#### 2. Calculer la somme des sept premiers termes de la suite $(u_n)$

Avec  $S_7 = u_0 + u_1 + \dots + u_6$ ,

$0,94S_7 = u_1 + u_2 + \dots + u_7$ ,

donc par différence :  $0,06S_7 = u_0 - u_7 = 25000 - 25000 \times 0,94^7$ ,

donc  $S_7 = 25000 \times \frac{1 - 0,94^7}{0,06} \approx 25000 \times \frac{0,351522}{0,06} \approx 146468$

#### 3. Comparer les termes $u_0$ et $v_0$ puis $u_{20}$ et $v_{20}$

- $u_0 = 25000$  et  $v_0 = 50 \times 104 = 5200$  :  $u_0 > v_0$
- $u_{20} = 25000 \times 0,94^{20} \approx 7252,66$   
et  $v_{20} = 50 \times (104 + 25 \times 20) = 50 \times 604 = 30200$ ;  
 $u_{20} < v_{20}$

#### 4. Déterminer le plus petit entier naturel $n$ tel que $u_n < v_n$

Il faut résoudre dans  $\mathbb{N}$  l'inéquation :  $25000 \times 0,94^n < 50(104 + 25n)$ .

On a  $u_8 = 15239,2$  et  $v_8 = 50 \times (104 + 25 \times 8) = 15200$

$u_9 = 14324,9$  et  $v_9 = 50(104 + 25 \times 9) = 16450$

9 est donc le nombre solution.

### Partie B

$u_n$  et  $v_n$  représentent les nombres de voitures respectivement diesel et essence vendues à partir de 1995.

D'après le résultat précédent en  $1995 + 9 = 2004$ , le nombre de véhicules diesel vendues sera inférieur à celui des véhicules essence.