Exercice Première Spécialité - 2020 - Ex 4 : Dérivation et Algorithmique

Dérivation | Second degré | Polynômes | Algorithmie | Python

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = x^3 - x^2 - x - 1$.

1. On note f' la fonction dérivée de f.
   (a) Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = 3\left(x + \dfrac{1}{3}\right)(x-1)$
   (b) En déduire le tableau de variation de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.
   (c) Déterminer l'abscisse du point de la courbe représentative de f pour lequel le coefficient directeur de la tangente vaut 7.

2. On note x_0 l'unique solution de l'équation $f(x) = 0$. On admet que $x_0 \in [1\ ;\ 2]$.

   On considère la fonction suivante définie en langage Python.

```python
def zero_de_f(n) :
  a = 1
  b = 2
  for k in range(n) :
    x = (a + b)/2
    if x**3 - x**2 - x - 1 < 0 :
      a = x
    else :
      b = x
  return a, b
```

   (a) On applique cette fonction pour $n = 3$. Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant, jusqu'à l'arrêt de l'algorithme.

Itération	$x = \dfrac{a+b}{2}$	$f(x) < 0$?	a	b	Amplitude de $[a\ ;\ b]$
$k = 0$	1,5	OUI	1,5	2	0,5
$k = 1$					
$k = 2$					

   (b) En déduire un encadrement de x_0, d'amplitude $0,125$, par deux nombres décimaux.