Question 1

On a :

$$\begin{aligned} f_1 &= f_0 + 108 \\ &= 2500 + 108 = 2608. \end{aligned}$$

Augmenter de 3,8%, c'est multiplier par :

$$1 + \frac{3,8}{100} = 1 + 0,038 = 1,038.$$

Ainsi,

$$c_1 = c_0 \times 1,038 = 2500 \times 1,038 = 2595.$$

Question 2

La suite (f_n) est une suite arithmétique de raison 108 et de premier terme $f_0 = 2500$, donc :

$$f_{n+1} = f_n + 108.$$

La suite (c_n) est une suite géométrique de raison $1,038$ et de premier terme $c_0 = 2500$, donc :

$$c_{n+1} = c_n \times 1,038.$$

Question 3

On a les expressions suivantes pour $n \in \mathbb{N}$:

$$\begin{aligned} f_n &= 2500 + 108n, \\ c_n &= 2500 \times 1,038^n. \end{aligned}$$

Question 4

On complète l'algorithme pour déterminer le nombre de mois à attendre pour que le nombre potentiel de flacons commandés dépasse celui des flacons produits : n = 0 f = 2500 c = 2500 while f > c: n = n + 1 f = f + 108 c = c * 1.038

Question 5

Il faut comparer F_{12} et C_{12}, les sommes cumulées des flacons produits et commandés après 12 mois.

On calcule F_{12} :

$$\begin{aligned} F_{12} &= f_0 + f_1 + \cdots + f_{11} \\ &= 12 \times \left(\frac{f_0 + f_{11}}{2}\right) \\ &= 12 \times \left(\frac{2500 + (2500 + 11 \times 108)}{2}\right) \\ &= 12 \times (2500 + 594) = 12 \times 3094 = 37128. \end{aligned}$$

Pour C_{12}, on a une suite géométrique de raison $1,038$:

$$C_{12} = c_0 + c_1 + \cdots + c_{11}.$$

En utilisant la somme des termes d'une suite géométrique, on a :

$$\begin{aligned} C_{12} &= 2500 \times \frac{1,038^{12} - 1}{1,038 - 1} \\ &\approx 37136. \end{aligned}$$

Ainsi, à la fin de l'année, le nombre total de flacons commandés (37136) sera légèrement supérieur à celui des flacons produits (37128), ce qui confirme que le modèle prédit une insuffisance de production.