

Durant le mois de janvier 2020, une entreprise produit 2,500 flacons de parfum ce qui correspond exactement au nombre de flacons commandés. Le propriétaire de l'entreprise décide d'augmenter chaque mois la production de 108 flacons et il espère que le nombre de flacons commandés augmentera chaque mois de 3,8 %.

On considère la suite (f_n) où pour tout entier naturel n , f_n modélise le nombre de flacons produits lors du mois de rang n après janvier 2020 ; ainsi f_0 est le nombre de flacons produits en janvier 2020, f_1 le nombre de flacons produits en février 2020, etc.

De la même manière, on considère la suite (c_n) où pour tout entier naturel n , c_n modélise le nombre potentiel de flacons commandés lors du mois de rang n après janvier 2020.

On a donc $f_0 = c_0 = 2,500$.

1. Déterminer, en expliquant les calculs effectués, le nombre de flacons produits et le nombre potentiel de flacons commandés en février 2020.
2. Déterminer la nature des suites (f_n) et (c_n) .
3. Exprimer, pour tout entier n , f_n et c_n en fonction de n .
4. On admet que, selon ce modèle, au bout d'un certain nombre de mois le nombre potentiel de flacons commandés dépassera le nombre de flacons produits.

Reproduire et compléter sur la copie l'algorithme ci-contre, écrit en Python, afin qu'après son exécution la variable n contienne le nombre de mois à attendre après le mois de janvier 2020 pour que le nombre potentiel de flacons commandés dépasse le nombre de flacons produits.

```
n = 0
f = 2,500
c = 2,500
while ... :
    n = ...
    f = ...
    c = ...
```

5. De début janvier 2020 à fin décembre 2020, la production globale dépassera-t-elle le nombre de commandes potentielles ? Expliquer votre démarche.

On rappelle que :

- Si (u_n) est une suite arithmétique de premier terme u_0 , alors, pour tout entier naturel n ,

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}$$

- Si (v_n) est une suite géométrique de raison $q \neq 1$, alors, pour tout entier naturel n ,

$$v_0 + v_1 + \dots + v_n = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$