1.

a. $C(5) = 5^3 - 18 \times 5^2 + 750 \times 5 + 200 = 3625$ **euros.**

b.

Le coût moyen de fabrication dun millier dobjets lorsquon fabrique 5 000 objets est donc :

$$\frac{3625}{5} = 725 \text{ euros}.$$

2.

Le coût moyen $CM(q)$ de fabrication de q milliers dobjets, exprimé en euros, est donné par lexpression :

$$CM(q) = \frac{C(q)}{q} = q^2 - 18q + 750 + \frac{200}{q}.$$

a.

On a sur lintervalle $[1; 20]$,

$$C'_M(q) = 2q - 18 - \frac{200}{q^2} = \frac{2q^3 - 18q^2 - 200}{q^2}.$$

Or

$$\begin{aligned} 2(q-10)(q^2+q+10) &= (2q-20)(q^2+q+10) \\ &= 2q^3 + 2q^2 + 20q - 20q^2 - 20q - 200 \\ &= 2q^3 - 18q^2 - 200 \end{aligned}$$

soit le numérateur de $C'_M(x)$.
Donc, pour tout $q \in [1; 20]$,

$$C'_M(q) = \frac{2(q-10)(q^2+q+10)}{q^2}.$$

b.

Pour le trinôme $q^2 + q + 10$, on a $\Delta = 1 - 40 = -39$: pas de racines réelles et on sait que le trinôme est positif (signe de 1, coefficient de q^2).
Comme $q^2 > 0$ sur $[1; 20]$, le signe de $C'_M(q)$ est celui de $q - 10$.
Donc sur $[1; 10]$, $C'_M(q) < 0$:
La fonction C_M est décroissante de $C_M(1) = 1 - 18 + 750 + 200 = 933$
à $C_M(10) = 10^2 - 18 \times 10 + 750 + 20 = 690$.
Sur $[10; 20]$, la fonction C_M est croissante de $CM(10) = 690$ à $CM(20) = 20^2 - 18 \times 20 + 750 + 10 = 800$.

x	$-\infty$		10		$+\infty$
$C'_M(x)$		$-$	0	$+$	
C_M	933	$\searrow$	690	$\nearrow$	800

c.

Quel est le coût moyen minimal et pour quelle quantité dobjets est-il obtenu ?

On voit sur le tableau que le coût moyen minimal de 690 est obtenu lorsque lentreprise fabrique 10 000 objets.