

Une entreprise fabrique  $q$  milliers d'objets,  $q \in [1 ; 20]$ . Le coût total de fabrication, exprimé en euros en fonction de  $q$ , est donné par l'expression :

$$C(q) = q^3 - 18q^2 + 750q + 200.$$

1. (a) Calculer le coût total de fabrication de 5,000 objets.  
 (b) Déterminer le coût moyen de fabrication d'un millier d'objets lorsqu'on fabrique 5,000 objets.
2. Le coût moyen  $C_M(q)$  de fabrication de  $q$  milliers d'objets, exprimé en euros, est donné par l'expression :

$$C_M(q) = \frac{C(q)}{q} = q^2 - 18q + 750 + \frac{200}{q}.$$

- (a) On note  $C'_M$  la fonction dérivée, sur l'intervalle  $[1 ; 20]$ , de la fonction  $C_M$ .  
 Montrer que, pour tout  $q \in [1 ; 20]$ ,

$$C'_M(q) = \frac{2(q - 10)(q^2 + q + 10)}{q^2}$$

- (b) Étudier le signe de  $C'_M$  et dresser le tableau de variation de la fonction  $C_M$  sur l'intervalle  $[1 ; 20]$ .  
 (c) Quel est le coût moyen minimal et pour quelle quantité d'objets est-il obtenu ?