Question 1

$3\times\dfrac{10^n}{2n+1}=3\times\dfrac{10^n}{2n\times 2}=3\times\left(\dfrac{10}{2}\right)^n\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}\times 5^n.$

(u_n) est donc une suite géométrique de premier terme $\dfrac{3}{2}$ (ou 1,5) et de raison 5.

Question 2

Avec $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}x+1\\y-1\end{pmatrix}$, on a :

$$\begin{aligned}
&M(x\,;\,y)\in\Delta\\
\iff\ &\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{AB}=0\\
\iff\ &4(x+1)+3(y-1)=0\\
\iff\ &4x+4+3y-3=0\\
\iff\ &4x+3y+1=0.
\end{aligned}$$

Question 3

$$\begin{aligned}
&2\cos(x+\pi)+1=0\\
\iff\ &2\cos(x+\pi)=-1\\
\iff\ &\cos(x+\pi)=-\frac{1}{2}.
\end{aligned}$$

Or on sait que $\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)=-\dfrac{1}{2}$, on a donc :

$$\cos(x+\pi)=\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right),$$

puis :

$$(x+\pi)=\frac{2\pi}{3}\quad\text{ou}\quad(x+\pi)=-\frac{2\pi}{3},$$

soit :

$$x=-\frac{\pi}{3}\quad\text{ou}\quad x=-\frac{5\pi}{3}.$$

La première n'appartient pas à l'intervalle $\left[0\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right]$; c'est donc la seconde :

$$-\frac{5\pi}{3}+2\pi=-\frac{5\pi}{3}+\frac{6\pi}{3}=\frac{\pi}{3}.$$

Question 4

Le dénominateur étant suprérieur ou égal à 1, la fonction est dérivable et en la dérivant comme un quotient :

$$f'(x)=\frac{\mathrm{e}^x(1+\mathrm{e}^x)-\mathrm{e}^x\times\mathrm{e}^x}{(1+\mathrm{e}^x)^2}=\frac{\mathrm{e}^x}{(1+\mathrm{e}^x)^2}.$$

Question 5

$f(x)$ est un trinôme du second degré de coefficient principal $-4,5 < 0$; sa représentation graphique est une parabole dont la concavité est tournée vers le bas.

On voit que le maximum de f est obtenu pour $x = -2$ et qu'alors ce maximum est égal à $4,5$. Les propositions A, B et D sont donc fausses.

On voit que $f(-5) = f(1) = 0$: donc -5 et 1 sont les racines du trinôme. On sait que ce trinôme est négatif sauf entre les racines ; c'est bien ce qui est indiqué dans le tableau C.