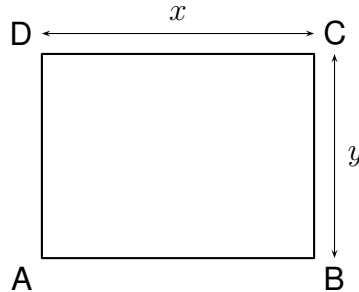


Dans cet exercice, les distances sont exprimées en mètres.

On considère un rectangle ABCD d'aire 49 m^2 tel que $DC = x$ et $BC = y$.

On admet que les nombres x et y sont strictement positifs.



On souhaite déterminer les dimensions x et y pour que le périmètre de ce rectangle soit minimal.

1. (a) Montrer que le périmètre, en mètres, du rectangle ABCD est égal à $2x + \frac{98}{x}$.
- (b) Calculer ce périmètre pour $x = 10$.

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 2x + \frac{98}{x}$.

On admet que f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.

2. Montrer que, pour tout $x > 0$,

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 98}{x^2}.$$

3. Déterminer le tableau de variations de la fonction f sur $]0 ; +\infty[$.
4. En déduire les dimensions du rectangle d'aire 49 m^2 dont le périmètre est minimal.