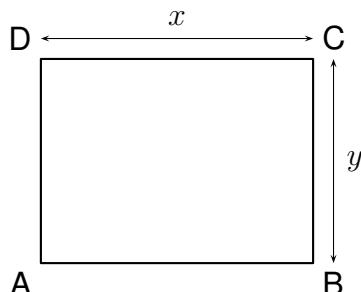


Dans cet exercice, les distances sont exprimées en mètres.

On considère un rectangle ABCD d'aire  $49 \text{ m}^2$  tel que  $DC = x$  et  $BC = y$ .

On admet que les nombres  $x$  et  $y$  sont strictement positifs.



On souhaite déterminer les dimensions  $x$  et  $y$  pour que le périmètre de ce rectangle soit minimal.

1. (a) Montrer que le périmètre, en mètres, du rectangle ABCD est égal à  $2x + \frac{98}{x}$ .

- (b) Calculer ce périmètre pour  $x = 10$ .

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0 ; +\infty[$  par  $f(x) = 2x + \frac{98}{x}$ .

On admet que  $f$  est dérivable sur  $]0 ; +\infty[$  et on note  $f'$  sa fonction dérivée.

2. Montrer que, pour tout  $x > 0$ ,

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 98}{x^2}.$$

3. Déterminer le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $]0 ; +\infty[$ .

4. En déduire les dimensions du rectangle d'aire  $49 \text{ m}^2$  dont le périmètre est minimal.