1.

$f(-3) = f(3) = 7$ sont les maximums de la fonction f sur $[-4\,;\,3]$.
$f(1) = -25$ est le minimum de la fonction f sur $[-4\,;\,3]$.

2.

f fonction polynôme est dérivable sur $\mathbb{R}$ et en particulier sur $[-4\,;\,3]$:

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3).$$

3.

Le signe de $f'(x)$ est celui de $x^2 + 2x - 3$. Pour ce trinôme :

$$\Delta = 4 - 4 \times 1 \times (-3) = 16 = 4^2 > 0,$$

ce trinôme a deux racines :

$$x_1 = \frac{-2+4}{2} = 1, \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-2-4}{2} = -3.$$

Remarque : La racine 1 était évidente.

4.

On sait que ce trinôme est positif sauf sur l'intervalle $]-3\,;\,1[$.
Il en résulte que sur l'intervalle $[-4\,;\,3]$:

x	-4		-3		1		3
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	0	↗	7	↘	-25	↗	7

On retrouve bien les résultats de la question **1.**

5.

On sait qu'une équation de la droite $\mathcal{T}$, tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0, est :

$$y - f(0) = f'(0)(x - 0).$$

Avec $f(0) = -20$ et $f'(0) = -9$, l'équation devient :

$$\begin{aligned} & y - (-20) = -9x \\ \iff & y = -9x - 20 \\ \iff & M(x\,;\,y) \in \mathcal{T}. \end{aligned}$$