

1.

Avec $x = 1$, on obtient :

$$N(1) = 100e^{-2} \approx 13,534,$$

soit 13,534 millions de smartphones à mille près.

2.

Avec $x = 1$, on a vu que $N(1) \approx 13,534$ et $R(1) = 1 \times N(1) = N(1) \approx 13,534$.

Puis $C(1) = 0,4 \times N(1) \approx 5,413$.

On a donc :

$$B(1) = R(1) - C(1) \approx 13,534 - 5,413 = 8,121 \text{ milliards d'euros.}$$

3.

On a :

$$\begin{aligned} B(x) &= R(x) - C(x) \\ &= xN(x) - 0,4N(x) \\ &= (x - 0,4)N(x) \\ &= (x - 0,4) \times 100e^{-2x} \\ &= (100x - 40)e^{-2x}. \end{aligned}$$

4.

On sait que $e^{-2x} > 0$, quel que soit le réel x , donc le signe de $B'(x)$ est celui de $180x - 200$.

$$\begin{aligned} 180x - 200 &> 0 \\ \iff 180x &> 200 \\ \iff x &> \frac{200}{180} \\ \iff x &> \frac{10}{9}. \end{aligned}$$

Conclusion : $B'(x) > 0$ sur $\left[0,4; \frac{10}{9}\right]$, la fonction B est croissante sur cet intervalle, et $B'(x) < 0$ sur $\left[\frac{10}{9}; 4\right]$, la fonction B est décroissante sur cet intervalle.

$$B\left(\frac{10}{9}\right) = \left(100 \times \frac{10}{9} - 40\right)e^{-2 \times \frac{10}{9}} = 210e^{-\frac{20}{9}} \approx 7,706,$$

est le maximum de la fonction B sur $[0,4; 2]$.

5.

D'après la question précédente, le bénéfice est maximal pour $x = \frac{10}{9} \approx 1,1111$ (soit 1111,11) et ce bénéfice est d'environ 7,7 milliards d'euros.