

Partie A

Le discriminant de $P(x) = -10x^2 - 40x + 120$ est donné par :

$$\Delta = (-40)^2 - 4 \times (-10) \times 120 = 1600 + 4800 = 6400 = 80^2.$$

Ce polynôme a deux racines réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{40 - 80}{-20} = 2 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{40 + 80}{-20} = -6.$$

$P(x) = 0$ pour $x = -6$ et $x = 2$.

Le coefficient du terme en x^2 est négatif, ce qui indique que $P(x) < 0$ sauf sur l'intervalle $] -6 ; 2[$ où $P(x) > 0$.

Partie B

L'aire du rectangle ABDE est donnée par :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{ABDE} &= AB \times AE \\ &= (8 - x) \left(\frac{10x + 4}{x + 2} - 0 \right) \\ &= \frac{(8 - x)(10x + 4)}{x + 2} \end{aligned}$$

1. Lorsque $x = 0$:

$$\mathcal{A}_{ABDE} = \frac{(8 - 0)(10 \times 0 + 4)}{0 + 2} = \frac{32}{2} = 16,$$

donc de 16 unités d'aire.

2. Lorsque $x = 4$:

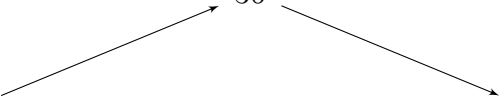
$$\mathcal{A}_{ABDE} = \frac{(8 - 4)(10 \times 4 + 4)}{4 + 2} = \frac{176}{6} \approx 29,33,$$

donc environ de 29,33 unités d'aire.

3.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(-20x + 76)(x + 2) - (-10x^2 + 76x + 32) \times 1}{(x + 2)^2} \\ &= \frac{-20x^2 + 36x + 152 - (-10x^2 + 76x + 32)}{(x + 2)^2} \\ &= \frac{-10x^2 - 40x + 120}{(x + 2)^2}. \end{aligned}$$

On déduit de la partie A :

x	0	2	8
$(x + 2)^2$	+		+
$-10x^2 - 40x + 120$	+	0	-
Signe de $f'(x)$	+	0	-
f	<div style="text-align: center;"> 36  </div>		

$$\begin{aligned}
 f(2) &= \frac{-10 \times 2^2 + 76 \times 2 + 32}{2 + 2} \\
 &= \frac{-40 + 152 + 32}{4} \\
 &= \frac{144}{4} \\
 &= 36.
 \end{aligned}$$

$f(x)$ atteint son maximum pour $x = 2$, avec une aire maximale de $f(2) = 36$ unités d'aire.