## Partie A

Le discriminant de $P(x) = -10x^2 - 40x + 120$ est donné par :

$$\Delta = (-40)^2 - 4 \times (-10) \times 120 = 1600 + 4800 = 6400 = 80^2.$$

Ce polynôme a deux racines réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{40 - 80}{-20} = 2 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{40 + 80}{-20} = -6.$$

$P(x) = 0$ pour $x = -6$ et $x = 2$.

Le coefficient du terme en $x^2$ est négatif, ce qui indique que $P(x) < 0$ sauf sur l'intervalle $]-6\,;2[$ où $P(x) > 0$.

## Partie B

L'aire du rectangle ABDE est donnée par :

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{ABDE} &= AB \times AE \\ &= (8 - x)\left(\frac{10x + 4}{x + 2} - 0\right) \\ &= \frac{(8 - x)(10x + 4)}{x + 2}\end{aligned}$$

**1.** Lorsque $x = 0$ :

$$\mathcal{A}_{ABDE} = \frac{(8 - 0)(10 \times 0 + 4)}{0 + 2} = \frac{32}{2} = 16,$$

donc de 16 unités d'aire.

**2.** Lorsque $x = 4$ :

$$\mathcal{A}_{ABDE} = \frac{(8 - 4)(10 \times 4 + 4)}{4 + 2} = \frac{176}{6} \approx 29{,}33,$$

donc environ de 29,33 unités d'aire.

**3.**

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{(-20x + 76)(x + 2) - (-10x^2 + 76x + 32) \times 1}{(x + 2)^2} \\ &= \frac{-20x^2 + 36x + 152 - (-10x^2 + 76x + 32)}{(x + 2)^2} \\ &= \frac{-10x^2 - 40x + 120}{(x + 2)^2}.\end{aligned}$$

On déduit de la partie A :

| $x$ | $0$ | | $2$ | | $8$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $(x+2)^2$ | | $+$ | | $+$ | |
| $-10x^2-40x+120$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| Signe de $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f$ | | $\nearrow$ | $36$ | $\searrow$ | |

$$\begin{aligned}
f(2) &= \frac{-10\times 2^2+76\times 2+32}{2+2}\\
&= \frac{-40+152+32}{4}\\
&= \frac{144}{4}\\
&= 36.
\end{aligned}$$

$f(x)$ atteint son maximum pour $x=2$, avec une aire maximale de $f(2)=36$ unités d'aire.