

Une entreprise produit entre 1 millier et 5 milliers de pièces par jour. Le coût moyen de production d'une pièce, en milliers d'euros, pour x milliers de pièces produites, est donné par la fonction f définie pour tout réel $x \in [1 ; 5]$ par :

$$f(x) = \frac{0,5x^3 - 3x^2 + x + 16}{x}$$

1. Calculer le coût moyen de production d'une pièce lorsque l'entreprise produit 2 milliers de pièces.

2. On admet que [de] f est dérivable sur $[1 ; 5]$ et on note f' sa fonction dérivée.

Montrer que pour tout réel $x \in [1 ; 5]$,

$$f'(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 16}{x^2}$$

3. Vérifier que, pour tout réel x ,

$$x^3 - 3x^2 - 16 = (x - 4)(x^2 + x + 4)$$

4. En déduire le tableau de variation de f sur $[1 ; 5]$.

5. Déterminer le nombre de pièces à fabriquer pour que le coût moyen de production d'une pièce soit minimal, ainsi que la valeur de ce coût minimal.