Question 1

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sur cet intervalle :

$$g'(x) = 100e^{100x}.$$

On sait que, quel que soit le réel x, $e^{100x} > 0$: la fonction g est donc strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Question 2

$$\begin{aligned} f(x) &= 100x^2 + 10x + 1 \\ &= 100\left(x^2 + 0,1x + 0,01\right) \\ &= 100\left[(x+0,05)^2 - 0,05^2 + 0,01\right] \\ &= 100\left[(x+0,05)^2 + 0,0075\right]. \end{aligned}$$

Le minimum de la fonction est obtenu lorsque $x = -0,05$ et ce minimum est égal à $f(-0,05) = 0,75$.

L'axe de symétrie de la parabole représentative est $x = -0,05$.

Question 3

On a

$$\begin{aligned} & a(x) = b(x) \\ \iff & 3x^2 + 15x + 1 = 25x^2 + 5x - 100 \\ \iff & 22x^2 - 10x - 101 = 0. \end{aligned}$$

On a :

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \times 22 \times (-101) = 100 + 8888 = 8988 > 0.$$

L'équation a donc deux solutions. Les deux courbes ont deux points d'intersection.

Question 4

$$S = 1 + 5 + 5^2 + \cdots + 5^{10} \quad (1),$$
$$5S = 5 + 5^2 + \cdots + 5^{10} + 5^{11} \quad (2),$$
$$(2) - (1) \iff 4S = 5^{11} - 1, \quad \text{d'où} \quad S = \frac{5^{11}-1}{4} = 12207031.$$

Question 5

Comme $f'(-1) = 0$ et $f'(-1) \times f'(3) = 0$.

a. strictement positif
b. strictement négatif
c. égal à 0
d. égal à $f'(-3)$.