

1.

On a :

$$a_1 = 0,80 \times a_0 + 400 = 0,8 \times 2500 + 400 = 2000 + 400 = 2400,$$

et de même :

$$a_2 = 0,8 \times a_1 + 400 = 0,8 \times 2400 + 400 = 2320.$$

2.

a. Pour passer de a_n à a_{n+1} , on multiplie par 0,8 puis on ajoute 400.

Donc, pour tout entier naturel n : $a_{n+1} = 0,8a_n + 400$.

Pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = a_{n+1} - 2000$, soit :

$$v_{n+1} = 0,8a_n + 400 - 2000 = 0,8a_n - 1600 = 0,8(a_n - 2000),$$

soit finalement : $v_{n+1} = 0,8v_n$.

Cette égalité montre que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,8 et de premier terme $v_0 = a_0 - 2000 = 2500 - 2000 = 500$.

b. On sait que, pour tout entier naturel n : $v_n = v_0 \times 0,8^n = 500 \times 0,8^n$.

c. Or, $v_n = a_n - 2000 \iff a_n = 2000 + v_n = 2000 + 500 \times 0,8^n$.

d. Il faut trouver le plus petit entier n tel que $a_n \leq 2010$, soit :

$$\begin{aligned} 2000 + 500 \times 0,8^n &\leq 2010 \\ \iff 500 \times 0,8^n &\leq 10 \\ \iff 0,8^n &\leq \frac{10}{500} \\ \iff 0,8^n &\leq 0,02. \end{aligned}$$

La calculatrice donne $n = 18$, pour lequel $a_{18} \approx 2009,01$, soit en 2031.