

Exercice 1 (5 points)

1. Linéquation $x^2 + x + 2 > 0$:

$$x^2 + x + 2 > 0 \iff \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 2 > 0 \iff \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0.$$

Comme $\frac{7}{4} > 0$, ceci est vrai quel que soit le réel x : $S = \mathbb{R}$.

2. Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 2$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$, alors $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$ est égal à :

$$\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = \vec{u} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{v} + 2\vec{u} \cdot \vec{v} = 3^2 + 2^2 + 2 \times (-1) = 9 + 4 - 2 = 11.$$

3. Soient A et B deux événements dun univers tels que $P_A(B) = 0,2$ et $P(A) = 0,5$. Alors la probabilité $P(A \cap B)$ est égale à :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \iff 0,2 = \frac{P(A \cap B)}{0,5} \Rightarrow P(A \cap B) = 0,2 \times 0,5 = 0,1.$$

4. Soit (u_n) une suite arithmétique de terme initial $u_0 = 2$ et de raison 3. La somme S définie par $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{12}$ est égale à :

$$S = 2 + 5 + 8 + 11 + \dots + 35 + 38$$

ou

$$S = 38 + 35 + 32 + \dots + 8 + 5 + 2.$$

En faisant la somme, on obtient :

$$2S = 40 + 40 + 40 + \dots + 40 = 13 \times 40 = 520 \Rightarrow S = 260.$$

5. On a $f'(x) = 3(2x - 5)^2 \times (2x - 5)' = 3 \times 2(2x - 5)^2 = 6(2x - 5)^2$.